

演算子法の発展

信州大学 正員○谷本勉
夏目正太郎

構造力学における演算子法(Operational Method)発展の概要を報告する。演算子法なる名称の由来は、この方法による解析の全過程において、常に局所における力学像に完全対応する演算子(Operator)が求められ、解析の全貌はこれらの演算子の四則演算で組立られることに由る。けだし、冒頭から資料の完全分類によるマトリクス代数を用いる故に、当然の帰結である。而して、完全分類のマトリクス代数によるときは、次の大切な特徴が得られる：

- (1) 解析思想が透明になる。
- (2) 解析計算量が激減する。
- (3) プログラムが簡素になる(ただし高級による)。
- (4) Computerの演算時間と記憶量とが減る。
- (5) 誤差集積がきわめて小さくなる。

今までに発展して来た範囲は次の3つに大別できる：

- (1) トラス、ラーメン等の2次元および3次元の骨組系。
- (2) 面内力、曲げ等の有限要素法系
- (3) 重調和方程式系の固有関数法系

これらのうち、(1)の骨組系については、全く任意の3次元系について汎用プログラムが完成し、これを用いて具体的な3次元系数例の信頼できる Computer Solution を得ている。

演算子法の最終の方程式は常に最小のサイズの三軸方程式による：

$$\begin{bmatrix} B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ A_n & B_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{W\}_1 \\ \{W\}_2 \\ \{W\}_3 \\ \vdots \\ \{W\}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \{P\}_1 \\ \{P\}_2 \\ \{P\}_3 \\ \vdots \\ \{P\}_n \end{bmatrix} = 0, \quad (1)$$

または

$$[A] \{W\} + \{P\} = 0. \quad (2)$$

そして、目下阪神および本四連絡橋公団の好意をえて、南港大橋の Computer Solution の大詰に到達している。

動力学的问题の骨組系の振動にあっても、演算子法では式(2)と同形になる：

$$[\delta(\omega)]\{\{U\}\} = 0, \text{ よって } \det[\delta(\omega)] = 0, \quad (3)$$

ここに、 ω は振動の固有値である。式(3)も小さい Space で ω を求めることができる。なお曲げ振動の素数は Timoshenko 構によるのが望ましい。

(1)のトラス系については、有限変位理論によるプログラムも完成し、神戸製鋼所構造研究所との共同研究によって、Catwalk について、通常のエネルギー法では得られない精度の Computer Solution が得られている。

(2)の有限要素法系については、通常の漸化方式のほかに、Choleski 法、Gauss-Seidel の展開の法、Southwell の Relaxation 法等を調べているが、Relaxation 法が Computer の能率上からすぐれている見込みが高い。

またここに、1 次元系の有限要素法の重要性を指摘したい。Computer 時代の中には、円弧等断面に限定せられるアーチや曲り梁などの厄介な微分方程式による方法を捨てて、漸化式による有限要素法に切り替えれば、解析もプログラムもたやすくなり、所要精度の Computer Solution がたちどころに得られる。しかも任意形状、任意変断面についても同様である。なお、1 次元系有限要素法が有效地に応用できる範囲は広いことを付言しておく。

(3)の固有関数法については多くの公表論文とくらべて、次の特徴を挙げることができる：

- (i) マトリクス解析である。
- (ii) 複素量のまま解析プログラムがなされる。
- (iii) Fourier および Neumann 展開と複素量のまま用いる。
- (iv) 固有値方程式と“台風プログラム(Hurricane program)”によって解く。

今までに、矩形板、平行四辺形板のプログラムが完成している。上記の4つの特徴のゆえに、今後の大きな発展が見込まれる。

総括的に言って、Computer 時代には、まず Computer が最も好む解析式形を出発点にしければならない。その次にこれと能率よくプログラムすることである。“能率よく”とは、(i) プログラムを短く、(ii) Array を少なく、(iii) 論理計算を最小にするのである。

最後に、三菱総合研究所の協力を得て、Computer で数値解析をし、またデバックや In-PUT の作業をよく助けていただいていることを付言して謝意を表する。また富士通(株)東京営業所からは当地の Computer ユーザーの使用の便宜をえていただけ、研究発展に協力していただいた。謝意を表す。