IV-105 模型軌道における衝撃荷重の伝播について

岐阜高専 正員 ○渡部卓郎
岐阜高専 正員 鎌田相互

1. はじめに

軌道劣化に関連をもつと考えられる要素としては，衝撃荷重の大きさと繰り返し回数，すなわち列車の通過トン数のほかに，列車振動に関係のある車両構造，特にそのばね下荷重による影響が考えられる。また，たとえレール上に一定の車両荷重が加わって，ある大きさの衝撃荷重が発生しても，その直下のレール，まくら木に生ずる振動加速度とこれに起因する道床圧力とが，道床砕石の種類やその厚さによって同一ではない。さらに軌道の振動現象は路盤の硬軟程度の影響もうけるから，道床砕石粒の混合度合や道床厚さの決定は軌道全般の動的影響を考慮して決められるものと考える。本研究においては、かかる軌道劣化の進行機構を究明するに際し，まず衝撃荷重より振動衝撃波が道床砕石中をいかに伝播していくかについて考察を試みた。

2. 道床における衝撃波動

軌道が衝撃作用を受けた場合の状態を解析的に取り扱うには，まず道床中の波動の伝播速度と道床・路盤の各種組み合わせによる関係を明らかにする必要があろうし，またこれらの解析的表示が可能であることの必要がある。しかるに道床・路盤の構成体たる砕石粒，土砂は多様であり，また同一種類の砕石粒，土砂に対しても，外的撹乱とその状態により複雑な応答を示し，これを統一的に解析することは不可能に近いが，軌道を構成するレール，まくら木，道床砕石，土砂等の複合基礎体の動的影響を論ずるに当っては，なんらかの方法でこれらの物理的定数を用いて波動の伝播速度を表示する必要に迫られる。そこで最も簡単な場合として，軌道の主体をなすと考えられる道床を複雑な砕石粒の集合体ではあるが，全体として弾性体あるいは粘弾性体として表示するものと仮定する。このような場合，道床・路盤の種別や力学特性と弾性波速度の関係が与えられない限りは，道床・路盤の弾性定数に相当するものか，これと等価な弾性波の速度をさらに仮定しなければならなくなる。

本来，道床の構成体たる砕石は，もちろん連続な媒質ではなく，粒状体の集合であり，そこに流体や気体が介在して相異なった相から構成される媒質であると考えられる。このような媒質中における波動の伝播は完全弾性体におけるより複雑な様相を呈することは当然であるが，これを解析的に取り扱う理論の代表的なものとしては粒状媒質理論と多孔性媒質理論が挙げられよう。前者は主として縦波の伝播速度の応力依存性を説明するものであり，後者は孔げきの存在による波動伝播速度の変化を主な内容としている。

さて，砕石のような媒質では，孔げき率，すなわち間げき率が変われば，それに伴って媒質全体の力学特性や波動伝播速度なども変化するものと考えられ，間げき率や有効応力と弾性波動とは直接的な関係にあるとみなしてよいであろう。道床・路盤の衝撃時における挙動を解明する際には，このような間げき率や有効応力など，道床・路盤の特性を決定する諸量と弾性波速度との関係が必要となる。そこで以下において，このような問題についての力学モデルを提示し，検討を加えたい。

3. 力学モデル

いま，道床は砕石粒を構成物質とする骨格とその空げきを占める流体とから構成されており，砕石の単位体積中に占める空げきの割合，すなわち間げき率を β とする。したがって，道床部分の体積 V_b 中の骨格の体積を V_s，空げきの容積を V_f とするとき，β は

$$\beta = \frac{V_f}{V_b} = \frac{V_f}{(V_s + V_f)} \tag{1}$$

で与えられる。この場合，道床全体を巨視的にみて均質，等方性をもつものと仮定し，β の値は道床のいかなる部分においても同一であるとする。いま間げき率 β の道床の単位直方体を考える。このとき，この直方体の一つの面内において空げきの占める割合は，その面積を β 倍したものであると考えられる。直交座標 x_j（$j=1, 2, 3$）において，x_j 方向の空げきの変化の速度を

$$v_j^f = \frac{\partial u_j^f}{\partial t} \tag{2}$$

と表わす。ただし，u_j^f は x_j 方向への空げきの変位量である。この空げきの密度を ρ_f とすれば，質量保存則より，つぎのような連続の式が成立する。

$$\sum_j \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho_f \beta v_j^f) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho_f \beta) = 0 \tag{3}$$

ここで v_j^f は小さな値と考えてよいから，さらに β や ρ_f の divergent との積で表わされる項は省略することができる。したがって上式は

$$\rho_f \beta \sum_j \frac{\partial v_j^f}{\partial x_j} + \rho_f \frac{\partial \beta}{\partial t} + \beta \frac{\partial \rho_f}{\partial t} = 0 \tag{4}$$

一方，空げきを占める流体の密度 ρ_f と作用する圧力 p との間には次式の示性方程式が成立する。

$$\frac{d\rho_f}{\rho_f} = \frac{dp}{K} \tag{5}$$

ただし，K は流体の体積弾性係数である。上式の圧力 p を用いて式(4)を書き改めると，

$$\beta \sum_j \frac{\partial v_j^f}{\partial x_j} + \frac{\beta}{K}\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial \beta}{\partial t} = 0 \tag{6}$$

上式は，間げき率 β の時間的変化により，流体圧 p が変化することを示している。しかるに，この間げき率の変化は骨格の体積変化に比例する量と考えてよいから，上式の第3項は骨格の体積変化を用いて表わしうる。すなわち，

$$\beta \sum_j \frac{\partial v_j^f}{\partial x_j} + \frac{\beta}{K}\frac{\partial p}{\partial t} + C\frac{\partial}{\partial t}\sum_j \frac{\partial u_j^s}{\partial x_j} = 0 \tag{7}$$

ただし，C は定数であり，u_j^s は骨格の x_j 方向への変位量である。ここで上の式(7)を時間に関して積分し，時間だけに関係する項を0とすれば，結局上式は次式のように書き改められる。

$$p = -K\sum_j \frac{\partial u_j^f}{\partial x_j} - Q\sum_j \frac{\partial u_j^s}{\partial x_j} \tag{8}$$

いま空げきを占める流体ならびに骨格の軸方向ひずみをそれぞれ，e_j^f，e_j^s と表わし，流体圧 p を応力 σ に書き改めると，結局次式が得られる。

$$\sigma = K\sum_j e_j^f + Q\sum_j e_j^s \tag{9}$$

一方，骨格に作用する応力 σ_j^s は骨格部分の軸ひずみ e_j^s と弾性定数 C_{ij}^s との積のほかに，空げきの部分に発生する流体圧の影響を受けるが，この比例定数を Q' とすれば，次式が得られる。

$$\sigma_j^s = \sum_j C_{ij}^s e_j^s + Q'\sum_j e_j^f \tag{10}$$

しかるに，K，Q，C_{ij}^s，Q' はいずれも弾性定数と考えられるが，道床砕石を等方性と仮定すれば，この係数マトリックスは対称でなければならない。すなわち $Q = Q'$ でなければならない。

以下，詳細については講演時にゆずる。