

IV-89 距離測定におけるカテナリ一線分について。

名城大学 正員 加藤正育

○ 櫛田祐次

前田都喜春

1) はしがき

最近の測量用度器のステールテープ類には、従前の間縄、布巻尺のように長尺で使用に便利なものが多くなった。このような長尺のテープ類ではとくに、測距のため重力の場の空間の2点間を支持する方法で測定を行えば、そのときテープに適用した張力の水平分力を、そのテープの単位長さ重量で除した値をパラメーターとするカタナリー曲線を作り正しい距離は得難い。これに対しての補正方法としては、平坦地でテープを水平に引っ張り、なるべく支点間距離を短かくして、テープに適用する標準張力とその水平分力とを相等しいとみなせる範囲において、カタナリー曲線とパラボラ曲線とを設定して補正値を近似的数値計算する手順がこれまで主として行われてきた。しかしながら、所定の水平線上相異なる高さの2点間に張られたテープのカタナリー線分の計算などについては、いまだその実用的な例解にとどまり、またこれに関連する現場でのテープを使用する使用者側から見た、今日の鋼巻尺の機械的強さの実態についても詳しいものを一般にほとんど見ない現状を鑑み、これらの諸点を多少実験的に考究しようとした。本報のテープ類の強度試験には名城大学機械工学科等の各位に、また文献については、名工大図書館、京大図書館、岐大図書館および関係研究室の各位に、それぞれ深謝をいたします。

2.) カテナリ - 線分

(1) 水平線上標準張力による懸垂線分 (図 1, 参照)

図1,においてAB間の距離を d とし、 T をこのテープの両端に適用する標準張力、その水平分力を H とし、この両者の間の角を θ_0 、また q をテープの単位長さの重量とすれば、このとき線分ADBの画く曲線は、図示のように M をパラメーターとするカタナリー曲線となる。この線分ADBの長さを L_N とすれば、 L_N の計算、したがって Sag (たるみ)の補正は、線分ADBを y 軸に対称なる2次双曲線と仮定して、図2のような、次の如く一般化される。 図-1

$$L_N = 2 \int_0^{\frac{d}{2}} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \cdot dx$$

上式において,

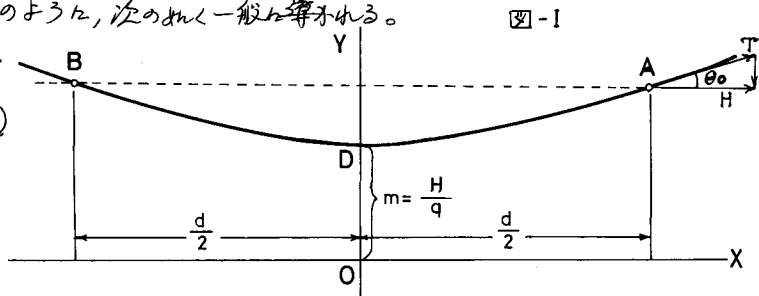
$$\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{9x}{H}\right)^2}$$

$$= \left\{ 1 + \left(\frac{qx}{H} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$= 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{qx}{H} \right)^2 \dots \textcircled{2} \quad \textcircled{2} \text{ 代入 } L_N = 2 \int_0^{\frac{d}{2}} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{qx}{H} \right)^2 \right] dx = d + \frac{q^2 d^3}{24 H^2} \dots \textcircled{3}$$

③式より Sag補正量を ΔL とすれば $\Delta L = \frac{v^2 d^3}{24 H^2} = \frac{W^2 d}{24 H^2}$ ----- ④

④式において、 H をテープに加えたる張力と混同する向もあるが、これは θ_0 が極めて微角で $T=H$ とみなせる範囲に限る。なる④式において $W=\rho \cdot d$ であつて線分 ADB の全重量である。



(2) 自由懸垂線分(図2.参照) 完全にフレキシブルで伸びない理想的なテープを引つ張りずに図2の如くAB2点で支持したとき、この線分ADBの長さを L_u とし、⑤式のパラメーターとすれば、 L_u は次の⑥式で得られる。

$$m = \frac{H}{q} = 1 = \text{Unity} \quad \text{----- ⑤}$$

$$L_u = \int_{x_B}^{x_A} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \cdot dx = \int_{x_B}^{x_A} \cosh x \cdot dx$$

$$= \left[\sinh(x) \right]_{x_B}^{x_A}$$

$$= \sinh(x_A) + \sinh(x_B) \quad \text{----- ⑥}$$

(3) 引張懸垂線分(図3.参照)

図3. のようにAB2点間に引つ張りたるテープをODをパラメーターとする、大型のカテナリーの1部分として求めようとする線分ABは、線分ABD(これを L_A とする)から、線分BD(これを L_B とする)を差引いたものとして計算をする。ただし、このとき両線分のパラメーターは⑦式の如く相等しくとり、線分ABを L_{AB} とすれば、 $m = \frac{H_A}{q} = \frac{H_B}{q} \dots ⑦$

$$L_{AB} = L_A - L_B = m \left(\sinh \frac{x_A}{m} - \sinh \frac{x_B}{m} \right)$$

$$= 2m \cosh \frac{(x_A + x_B)}{m} \sinh \frac{(x_A - x_B)}{m} \quad \text{----- ⑧}$$

上記の各ケースいづれの場合もテープに加える引張力のその点における切線方向の強さを T とし、その水平分力を H 、両着の間の角を θ とすれば両着の関係は、⑨式となる。 $H = T \cdot \cos \theta \quad \text{----- ⑨}$

3.) 考察

(1) 水平支点標準張力による場合。この場合はとくに前記の如く、 $T = H$ とみなせる⑨式の $\theta = 2^\circ 30'$ 程度以内とすべきであつて、 $\theta = 5^\circ 00'$ を越すべきでない、これの具体的な目標としては $\sin \theta \approx \tan \theta$ の微角である。 θ の値が小数点以下5位まで $\sin \theta$ と $\tan \theta$ とが相等しい角は $\theta = 0^\circ 40'$ であることを注意しなければならない。(2) 引張懸垂線分の場合。テープの両支点の高さの差がゼロの水平から最大の垂直までに変わる過程において①テープの標準張力を仮りに10kgとしたとき、 θ と H との値を示したのが表1であり、②これと反対に一定の水平分力を与えるための θ と T との関係は表2である。これらの各々についてのテープの機械的強さとの関係、およびそのほかの諸項については現在実験的に追究中である

表1.

θ°	2.5	30.0	45.0	60.0	75.0
T kg	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000
H kg	9.991	8.660	7.071	5.000	2.588

表2.

θ°	2.5	30.0	45.0	60.0	75.0
T kg	10.010	11.547	14.142	20.000	38.638
H kg	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000

文献

- (1) Davis, Foote, Kelly: SURVEYING Theory and Practices. 5th, Edition. 1966.
- (2) Masaiku KATO, A Solution for the Wire-length-compute Problem about Aerial Rope Way. Research Bulletin of the Faculty of Agric. Gifu Univ, No.1, 1950.