Ⅳ-80　確率最大化による交通量配分

名古屋工業大学　正会員　松井　寛

1．まえがき　　道路網において、ある目的地に向う車がどの経路を選択するかを車1台1台についてみれば、きわめて不確かで多分に個性的である。しかしながら、個々の車の行動の集合体としてとらえた場合は、一般に時間的ないし距離的に最短な経路を選ぶ割合が最も高くなるという、ある種の統計的規則性を認めることができよう。本研究はこのような観点から、道路網における交通量配分現象を確率的な立場から論じることにより、確率最大化に基づく新しい交通配分手法を提案する。

2．配分モデルの概要　　本配分モデルは、著者が従来から道路網上の交通量分布パターンの確率論的考察を進めてきた研究成果の1つの応用であるが、まずその配分モデルの概要を紹介する。

ノードおよびリンクから成る道路ネットワークを考える。OD交通量が与えられており、またOD間にそれぞれあらかじめ何本かの経路が指定されているとする。さて、以上の道路条件および交通条件の下で、全体でNトリップのOD交通量をそれぞれの経路に割り当てるとしよう。このとき車を1台1台区別したときに考えられるあらゆるトリップの組合わせのうち、確率的に最も起こりやすい配分状態を与えるものとして次式を得た（詳しくは文献1）参照）。

$$Min(\gamma E - \log Z(E)) \qquad \cdots\cdots(1)$$

上式において、EはNトリップによる総走行時間、$Z(E)$は任意の配分状態（ただし総走行時間がEとなる）に関して、車を1台1台区別したときに考えられるトリップの組合わせの数を表わし、$Z(E) = (N!/\prod_{i,j,k} N_{ij}^{k}!)_E$で与えられる。ただし$N_{ij}^{k}$はi j間のOD交通量のうち経路kを選ぶトリップで、$N = \sum_i \sum_j \sum_k N_{ij}^{k}$である。また$\gamma$は定数で、次のような性質を持っている。すなわち$\gamma$が大きな値を取るとき、(1)式の才1項が才2項に比べて支配的となり、(1)式で与えられる配分パターンは総走行時間を最小化するいわゆる輸送計画的配分となる。一方逆に$\gamma = 0$となれば、才1項が消えてすべての経路にトリップが等分に配分されるいわゆる均等配分となる。したがって(1)式はγの値の取り方によって、輸送計画的配分から均等配分に至る広い適用範囲を持つ配分手法と言える。

次にi j間のOD交通量をN_{ij}、i j間のOD交通量が経路kを選択する確率をP_{ij}^{k}、またリンクhの走行時間をT_hで表わしたとき、(1)式は次式で置き換えられる。

$$Min(\gamma \sum_i \sum_j \sum_k N_{ij} P_{ij}^{k} \sum_h {}_{ijk}\delta_h T_h + \sum_i \sum_j \sum_k N_{ij} P_{ij}^{k} \log P_{ij}^{k}) \qquad \cdots\cdots(2)$$

ただし、上式においてスターリングの近似公式（$\log x! \doteqdot x\log x - x$）が使用され、また定数項が省略されている。${}_{ijk}\delta_h$はi-j OD間の経路kがその中にリンクhを含むとき1、含まないとき0の値を取る定数である。よって各経路への配分率P_{ij}^{k}は、(2)式を条件式：$\sum_k P_{ij}^{k} = 1$の下で、ラグランジェの未定乗数法により求められる。とくにT_hがリンク交通量に関係なく一定値を取ると仮定すれば、

$$P_{ij}^{k} = \exp(-\gamma T_{ij}^{k}) / \sum_k \exp(-\gamma T_{ij}^{k}) \qquad \cdots\cdots(3)$$

となる。ただし上式で$T_{ij}^{k} = \sum_h {}_{ijk}\delta_h T_h$と置いており、$T_{ij}^{k}$はi-j OD間の経路kの走行時間を与える。

T_hをリンク交通量の関数として与えたときは、一般に厳密解を得ることが困難となる。そこで次に示すような反復計算により、走行時間を逐次修正しながらP_{ij}^{k}を求める方法を提案する。

i) γ を仮定し、これと交通量0のときの各経路の走行時間（これを $T_{ij}^k(1)$ で表わす）を用いて、(3)式より P_{ij}^k を求める。ii) 配分率 P_{ij}^k によって各OD交通量を道路網に配分し、これをリンクごとに累加してリンク交通量を求める。iii) 各リンクごとに所定の交通量－走行時間曲線によって、新たなリンク走行時間を求める。iv) 新しく修正されたリンク走行時間により、各経路の走行時間 $T_{ij}^k(1)'$ を計算する。v) 2回目の反復計算に用いる経路の走行時間 $T_{ij}^k(2)$ を次の補正式：$T_{ij}^k(2) = (m T_{ij}^k(1) + T_{ij}^k(1)') / (m+1)$ により求める。ここに m はこの収束計算を安定させるために導入される定数で、問題により適当に選ばれる。一般には、$m=1$ でよい。vi) 手順i)に戻り $T_{ij}^k(1)$ の代わりに $T_{ij}^k(2)$ を用いて計算が繰返される。一般に n 回目の反復計算に用いる経路の走行時間 $T_{ij}^k(n)$ は、$T_{ij}^k(n) = (m T_{ij}^k(n-1) + T_{ij}^k(n-1)') / (m+1)$ によって与えられ、この反復計算は $T_{ij}^k(n)$ と $T_{ij}^k(n)'$ が一致するまで続けられる。vii) 最終的に得られた各経路の走行時間を用いて、配分交通量が求められる。

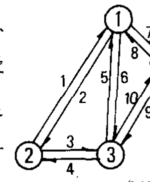


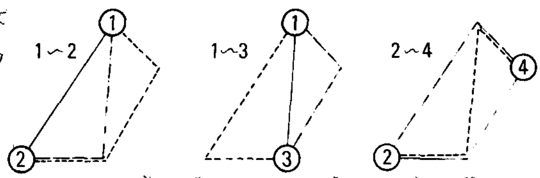
図-1 配分対象道路網

表-1 OD交通量

OD	交通量
N_{12}	2,600 台/日
N_{13}	1,700
N_{21}	2,300
N_{24}	700
N_{31}	1,500
N_{42}	1,200

3. 計算例　　図-1に示すような簡単な道路網を考える。この道路網上のOD交通量が表-1のように与えられている。また各ODに対して図-2に示すような3本ずつの経路を考える。さらに各リンクにおける交通量－走行時間曲線として、次のような非線形な曲線を採用する。

$$
T_h = \begin{cases} a_h \log\left(2000 / (2000 - Q_h) \right) + b_h & 0 \leqq Q_h \leqq 2000 \\ = \infty & 2000 < Q_h \end{cases} \quad \text{------ (4)}
$$



——第1経路　– – –第2経路　------第3経路
図-2. OD間の経路

ここに T_h ($h=1, 2, \cdots 10$) はリンク走行時間（分）、Q_h はリンク交通量（台/日）、a_h, b_h はリンク h の道路条件によって決まる定数で、この曲線は、各リンク容量を 2000 台/日とみなし、リンク交通量が 2000 台/日に近づくと走行時間が無限に増大するように設定した曲線である（図-3参照）。なお各リンクの a_h, b_h が表-2に与えられている。計算の結果得られた配分交通量およびリンク交通量がそれぞれ表-3, 図-4に示されている。計算の際に仮定する γ の値は、実績配分値との適合性から判断して決められるべきであるが、検討の結果、実績によるトリップの平均走行時間が与えられる場合は、これに一致するよう収束計算によって γ を決めるのが良いことが分かっている。この計算例では、平均走行時間が11分となるように選んだもので、$\gamma = 0.7291$ であった。

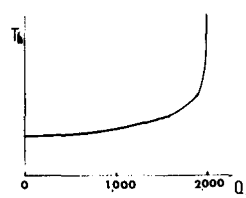


図-3. 交通量－走行時間曲線

表-2 a, b の値

Link	a	b
1, 2	1.4427	8.5
3, 4	0.5771	3.4
5, 6	1.1542	6.8
7, 8	0.4328	2.55
9, 10	0.8656	5.1

表-3 配分交通量計算結果

OD	第1経路	第2経路	第3経路
N_{12}	1,811 台/日	533 台/日	256 台/日
N_{13}	1,143	549	8
N_{21}	1,533	487	280
N_{24}	620	61	19
N_{31}	949	545	6
N_{42}	1,031	131	38

4. あとがき　　本配分モデルは、与えられた道路条件と交通条件の下で最も起こりやすい交通量配分パターンを求めるもので、これが実際の交通配分現象を表わすかどうかは別問題である。したがってこの点については今後検討する必要がある。

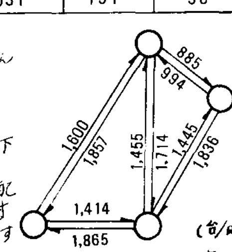


図-4 リンク交通量計算結果

参考文献　松井：交通量分布パターンの確率論的考察，土木学会論文報告集第190号（S.46.6）