Ⅳ-79　経路別旅客交通量の予測モデル

名古屋大学工学部　正員　河上省吾

1. はじめに

本研究は通勤者の輸送経路別分担率の予測モデルの開発を目指すものである。経路別分担率の予測モデルとしては、すでにいくつか提案されているが、2.に述べるモデルの具備すべき条件をすべて満足しているものはないので、ここではこれらの条件をすべて満足するモデルを開発することを目的とする。なお、通勤者の経路分担率に影響する要因にはいろいろあるが、ここでは、従来の通勤実態調査から通勤者が経路選定に際して考慮する主な要因として知られている経路の所要時間、輸送費、乗換回数の3つをとりあげる。

2. モデルの具備すべき条件

経路別分担率モデルの具備すべき条件を列挙すればつぎのようである。

(1)実績値に対するモデルの適合度がよいこと。(2)経路ℓの分担率P_ℓは常に　$0 \leq P_\ell \leq 1$　を満足し、かつ$\sum_\ell P_\ell = 1$を満たすこと。(3)基準となる経路を変えてもP_ℓが変わらないこと。すなわち、P_ℓをいかなる順序で求めても同一値となること。これを式で示せば、$P_\ell / P_m = f(x_\ell, x_m)$というモデル式において、$P_m / P_\ell = 1/f(x_\ell, x_m) = f(x_m, x_\ell)$が成立しなければならない。(4)経路および説明変数の数に無関係に適用できること。(5)モデルによって配分される輸送量は経路の輸送容量を超過しないこと。

3. モデル式の誘導

2地点間に競合関係にある経路が3本ある場合を考え、それらをi, j, kの記号で表わす。各経路の輸送量と輸送容量をそれぞれt_ℓ, c_ℓで表わす。ここでは、$\sum_\ell t_\ell \leq \sum_\ell c_\ell$を満足する状態を考える。通勤者が経路$\ell$を選ぶ確率を$P_\ell$とし、この値は所要時間、輸送費、乗換回数によって決まると仮定する。このとき、輸送量t_ℓは2地点間の全輸送量が大きいほど、大きくなるが、t_ℓはc_ℓを超過することはできない。以上の考察からt_iは次式(1)によって表わされると考える。

$$t_i = c_i \exp\left[-\frac{\Sigma c_\ell - T}{\Sigma c_\ell} f_0(x_i, x_j, x_k, y_i, y_j, y_k, z_i, z_j, z_k)\right] \qquad (1)$$

ここに、$T = t_i + t_j + t_k$, $\Sigma c_\ell = c_i + c_j + c_k$, x＝所要時間, y＝輸送量, z＝乗換回数

なお、関数f_0は次式(2)を満足しなければならない。$\exp\left[-\frac{\Sigma c_\ell - T}{\Sigma c_\ell} f_0(x_i, x_j, x_k, y_i, y_j, y_k, z_i, z_j, z_k)\right] \leq 1$ (2)

また、各経路の選定率P_i, P_j, P_kは、それぞれ次式によって与えられる。　$P_i = t_i/T$,　$P_j = t_j/T$, $P_k = t_k/T$　(3)　式(1)と(3)を用いると次式を得る。

$$\frac{P_j}{P_i} = \frac{t_j}{t_i} = \frac{c_j}{c_i} \exp\left[-\frac{\Sigma c_\ell - T}{\Sigma c_\ell}\left\{f_0(x_j, x_k, x_i, y_j, y_k, y_i, z_j, z_k, z_i) - f_0(x_i, x_j, x_k, y_i, y_j, y_k, z_i, z_j, z_k)\right\}\right] \qquad (4)$$

ここで、次の関数fを導入する。

$$f(x_j, x_i, x_k, y_j, y_i, y_k, z_j, z_i, z_k) = \frac{\Sigma c_\ell - T}{\Sigma c_\ell}\left\{f_0(x_j, x_k, x_i, y_j, y_k, y_i, z_j, z_k, z_i) - f_0(x_i, x_j, x_k, y_i, y_j, y_k, z_i, z_j, z_k)\right\} \qquad (5)$$

このとき、式(4)は次のように表わされる。

$$\frac{P_j}{P_i} = \frac{c_j}{c_i} \exp\left[-f(x_j, x_i, x_k, y_j, y_i, y_k, z_j, z_i, z_k)\right] \qquad (6)$$

また、式(1),(3),(5)から、次の式(7),(8),(9)が得られる。

$$\frac{P_i}{P_j} = \frac{c_i}{c_j} \exp\left[-f(x_i, x_j, x_k, y_i, y_j, y_k, z_i, z_j, z_k)\right] \qquad (7)$$

$$\frac{P_k}{P_j} = \frac{c_k}{c_j} \exp\left[-f(x_k, x_j, x_i, y_k, y_j, y_i, z_k, z_j, z_i)\right] \qquad (8)$$

$$\frac{P_i}{P_k} = \frac{c_i}{c_k} \exp\left[-f(x_i, x_k, x_j, y_i, y_k, y_j, z_i, z_k, z_j)\right] \qquad (9)$$

いま、式(6)と(7)の両辺をそれぞれかけ合せて整理すると式(10)を得る。

$$f(x_i, x_j, x_k, y_i, y_j, y_k, z_i, z_j, z_k) + f(x_j, x_i, x_k, y_j, y_i, y_k, z_j, z_i, z_k) = 0 \tag{10}$$

ここで、関数 f が x, y, z の多項式(11)によって表わされると仮定し、これを式(10)に代入すれば、

$$f(x_i, x_j, x_k, y_i, y_j, y_k, z_i, z_j, z_k) = \frac{\Sigma C_\ell - T}{\Sigma C_\ell}\Big\{\sum_{n=1}^{\infty}(a_{1n} x_i^n + a_{2n} x_j^n + a_{3n} x_k^n + b_{1n} y_i^n + b_{2n} y_j^n + b_{3n} y_k^n + d_{1n} z_i^n + d_{2n} z_j^n + d_{3n} z_k^n) + e\Big\} \tag{11}$$

次のようになる。ここに、a_{mn}, b_{mn}, d_{mn}, e は定数である。

$$\sum_n \{(a_{1n}+a_{2n})(x_i^n + x_j^n) + 2a_{3n} x_k^n + (b_{1n}+b_{2n})(y_i^n + y_j^n) + 2b_{3n} y_k^n + (d_{1n}+d_{2n})(z_i^n + z_j^n) + 2d_{3n} z_k^n\} + 2e = 0 \tag{12}$$

この式(12)が常に成立するためには、式(11)は次式(13)のようでなければならない。

$$f(x_i, x_j, x_k, y_i, y_j, y_k, z_i, z_j, z_k) = \frac{\Sigma C_\ell - T}{\Sigma C_\ell} \sum_n \{a_n(x_j^n - x_i^n) + b_n(y_j^n - y_i^n) + d_n(z_j^n - z_i^n)\} \tag{13}$$

ここに、a_n, b_n, d_n は常数である。したがって、多項式(13)が式(10)の解の1つであることがわかる。式(10)の解はこの他にも数多くあるであろうが、このようなモデルに複雑な関数を用いるのは好ましくないのと、指数関数、三角関数などもべき級数展開すると、x, y, z の多項式になるから、式(13)を一般解と考えても大きな誤りはないであろう。

ここで式(14)で定義される記号 $F(i,j)$ を導入する。

$$F(i,j) = \frac{\Sigma C_\ell - T}{\Sigma C_\ell} \sum_n \{a_n(x_i^n - x_j^n) + b_n(y_i^n - y_j^n) + d_n(z_i^n - z_j^n)\} \tag{14}$$

この記号を用いると、式(6),(7),(8),(9)は次のようになる。さらに、式(19)を得る。

$$\frac{P_j}{P_i} = \frac{C_j}{C_i}\exp[-F(j,i)] \quad (15) \qquad \frac{P_i}{P_j} = \frac{C_i}{C_j}\exp[-F(i,j)] \quad (16) \qquad \frac{P_k}{P_j} = \frac{C_k}{C_j}\exp[-F(k,j)] \quad (17)$$

$$\frac{P_i}{P_k} = \frac{C_i}{C_k}\exp[-F(i,k)] \quad (18) \qquad \frac{P_k}{P_i} = \frac{C_k}{C_i}\exp[-F(k,i)] \quad (19)$$

また、$P_i + P_j + P_k = 1$ (20)

式(15),(19),(20)を連立方程式として解けば、次式を得る。

$$\left.\begin{aligned} P_i &= \frac{1}{1 + \frac{C_j}{C_i}\exp[-F(j,i)] + \frac{C_k}{C_i}\exp[-F(k,i)]}, \qquad P_j = \frac{\frac{C_j}{C_i}\exp[-F(j,i)]}{1 + \frac{C_j}{C_i}\exp[-F(j,i)] + \frac{C_k}{C_i}\exp[-F(k,i)]} \\ P_k &= \frac{\frac{C_k}{C_i}\exp[-F(k,i)]}{1 + \frac{C_j}{C_i}\exp[-F(j,i)] + \frac{C_k}{C_i}\exp[-F(k,i)]} \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

式(21)で与えられる P_ℓ は明らかにモデルの具備すべき条件(2)を満足している。ところで、いかなる求め方をしても P_i は同一値でなければならないから、つぎにこの点について検討する。そこで式(16),(17),(20)を解けば次式(22)を得る。

$$\left.\begin{aligned} P_i &= \frac{1}{1 + \frac{C_j}{C_i}\exp[F(i,j)] + \frac{C_k}{C_i}\exp[-\{F(k,j) - F(i,j)\}]}, \qquad P_j = \frac{\frac{C_j}{C_i}\exp[F(i,j)]}{1 + \frac{C_j}{C_i}\exp[F(i,j)] + \frac{C_k}{C_i}\exp[-\{F(k,j) - F(i,j)\}]} \\ P_k &= \frac{\frac{C_k}{C_i}\exp[-\{F(k,j) - F(i,j)\}]}{1 + \frac{C_j}{C_i}\exp[F(i,j)] + \frac{C_k}{C_i}\exp[-\{F(k,j) - F(i,j)\}]} \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

このとき、式(21)と(22)の P_ℓ は等しくなければならない。この条件が満たされるためには、次式(23)と(24)が成立しなければならない。$F(i,j) = -F(j,i)$ (23) $F(k,j) - F(i,j) = F(k,i)$ (24)

式(14)で与えられる $F(i,j)$ は式(23),(24)を満足している。したがって、式(21)と(22)は同じ P_ℓ ($\ell = i, j, k$) を与えることがわかる。なお、式(15)の P_j/P_i は一般に $(x_j^n - x_i^n)$, $(y_j^n - y_i^n)$, $(z_j^n - z_i^n)$ などの減少とともに増大すると考えられるので、a_n, b_n, d_n は原則として正でなければならない。また、式(14)の n は実用上 $n=1$ を採用する。このモデルが条件(4)を満足していることは明らかであるが、条件(1)と(5)を常に満足するかどうかをさらに検討する必要がある。なお、$\sum_\ell C_\ell = \sum_\ell t_\ell$ の場合にはモデル式の構造上条件(5)が満足されるようになっている。