Ⅳ-34 都市における選択行動モデルの研究

京都大学 正員 青山 吉隆

1. 緒 言

都市施設の合理的計画のためには、その施設に直接、間接に関係している現象のメカニズムを数量的に記述することが必要となる。それは現象のメカニズムを数量的に記述することによって、現象に内在している問題、将来生じる可能性のある問題、あるいは計画の効果など、計画にとって必要な情報を具体的に把握することができるからである。一方、都市施設に関連した現象の多くは社会的なものであり、それらは個人や組織の生産、生活行動の両方の結果が社会の表面に現出したものであると考えられる。そこで個人や組織の行動の数量的記述は計画を合理化するうえで、最も基礎的な課題であるといえる。本研究はこの行動の研究のうち、選択行動を対象として、その仮説と数量化の方法論とを、従来の研究を参考にしながらまとめたものである。

2. 選 択 行 動 モ デ ル

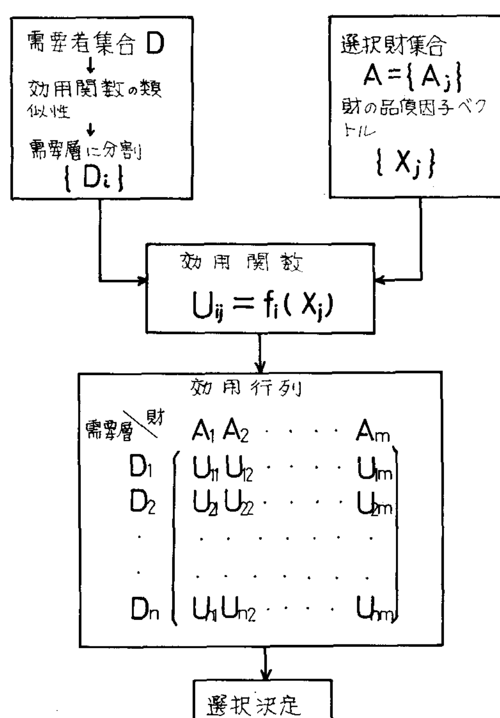
ここでいう選択行動とは「個人あるいは集合の需要者が、有限個の選択財集合 $A = \{A_i\}$ から1つの財 A_i を決定論的に、あるいは確率論的に選択する行為」であり、この行為を記述する一連の数式をモデルと呼ぶ。需要者はある基準によって財を評価し、最適性によって選択する。このときの最適性の基準となる測度を効用と定義する。そして効用は序数的であり、大なる効用をもつ財は小なる効用をもつ財より選好されると仮定する。財はその品質によって需要者に効用を与え、また需要者は数多くの品質を構成する因子ベクトルを評価して効用を得る。評価の仕方は原則として需要者によって異なるが、評価の仕方の類似性によって需要者の集合 D を部分集合 D_i に分割することができる。この D_i を需要層 i と定義すると、D_i が財 A_j から得る効用 U_{ij} は、因子ベクトルを x_j として、

$$U_{ij} = f_i(x_j) \qquad (1)$$

$$(i=1,2,\cdots,n \;;\; j=1,2,\cdots,m)$$

ここに $f_i(x_j)$ は需要層 D_i の効用関数であり、n は需要層の数、m は選択財の数である。この需要層と選択財の対応関係は図-1のようにまとめられる。一方、需要層の内部に含

図-1 選択行動のモデル図



まれる需要者の多様性と効用関数の推定誤差の存在によって、効用の推定値には不確実性が必ず存在し、式(1)は数量化された後は式(1')となる。

$$U_{ij} = \hat{U}_{ij} + \varepsilon = f_i(X_j) + \varepsilon \qquad (1')$$

ここに ε は誤差であり、一般に $N(0, \sigma_0^2)$ に従うと考えられる。

さて、いまある需要層が財 A_1 と A_2 のいずれかを選択しようとしている場合を考える。需要層がそれぞれの財を U_1, U_2 と評価したとすると、U_1, U_2 は誤差の存在によって確率変数となり、$N(\hat{U}_1, \sigma_0^2)$, $N(\hat{U}_2, \sigma_0^2)$ に従う。ここに $\hat{U}_1$, $\hat{U}_2$ はいずれも効用関数によって推定された効用の期待値であり、σ_0^2 は需要者の多様性と推定誤差による分散である。さらに $U = U_1 - U_2$ なる変数 U を定義すると、U もまた確率変数となり、正規分布の再生性の定理により、$N(\hat{U}, \sigma^2)$ に従う。ここに $\hat{U} = \hat{U}_1 - \hat{U}_2$, $\sigma^2 = 2\sigma_0^2$ 。そして仮定により、需要者は $U_1 > U_2$ であれば財 A_1 を選択し、$U_1 < U_2$ であれば財 A_2 を選択する。そこでこの需要層に属する任意の需要者が A_1 を選択する確率 p は

$$p = P_r(U > 0) = \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \exp\left[-\frac{(U-\hat{U})^2}{2\sigma^2}\right] dU \qquad (2)$$

ここで、$(U - \hat{U})/\sigma = t$ とおいて、変形すると、

$$p = \int_{-\infty}^{\frac{\hat{U}}{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{t^2}{2}\right] dt \qquad (3)$$

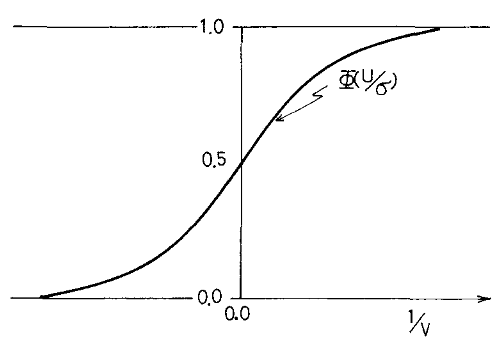
さらに、

$$\begin{cases} \phi(t) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\dfrac{t^2}{2}\right] \\ \Phi(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} \phi(t)\,dt \end{cases}$$

とおくと、

$$p = \int_{-\infty}^{\frac{\hat{U}}{\sigma}} \phi(t)\,dt = \Phi\left(\frac{\hat{U}}{\sigma}\right) \qquad (4)$$

図-2　財が2つの場合の選択確率 p



さらに $N(\hat{U}, \sigma^2)$ の標準偏差係数を V とおくと、$V = \sigma / \hat{U}$ であるから、式(4)は結局式(5)となり、財 A_1 を選択する確率 p は

$$p = \Phi(1/V) \qquad (5)$$

図-2に示すように、$1/V$ に対し、単調増加関数となる。すなわち、財 A_1 と A_2 の選択確率は、正規分布 $N(\hat{U}_1 - \hat{U}_2, \sigma^2)$ の標準偏差係数の関数である。

さてつぎに、ある需要者が財の集合 $A(A_1, A_2, \cdots, A_n)$ の内から1つの財を選択しようとしている一般的な場合を考える。集合 A の中から、A_i を選択する確率を π_i とおくと、

$$\pi_1 + \pi_2 + \cdots + \pi_n = 1 \qquad (6)$$

また A_1 と A_j $(j = 2, 3, \cdots, n)$ との2つを比較して、A_1 を選択する確率を P_{1j} $(j = 2, 3, \cdots, n)$ とおくと、$\{P_{1j}\}$ は2者択1であり、式(5)で記述される。さらに $\{\pi_j\}$ と $\{P_{1j}\}$ との関係は

式(7)で表わされる。

$$\pi_1 = P_{1j}(\pi_j + \pi_1) \qquad (j=2, 3, \cdots, n) \qquad (7)$$

式(6)と、(n−1)個の式(7)とを連立することにより、

$$\pi_1 = \frac{1}{1+\sum_{j=2}^{n}\left(\frac{1}{P_{1j}}-1\right)} , \qquad \pi_j = \frac{\left(\frac{1}{P_{1j}}-1\right)}{1+\sum_{j=2}^{n}\left(\frac{1}{P_{1j}}-1\right)} , \quad (j=2,\cdots,n) \quad (8)$$

ゆえに集合 A から A_j を選択する確率$\{\pi_j\}$は、$\{P_{1j}\}$によって記述され、$\{P_{1j}\}$は先述の式(5)によって記述される。結局$\{\pi_j\}$は n−1 個の標準偏差係数 V_{1j} $(j=2, 3, \cdots, n)$ の関数である。

3. 効用関数の統計的推定方法

式(1)の効用関数を 2. で述べた行動モデルと有合性をもって統計的に推定する方法論を考察する。推定方法は現象をマクロにとらえるか、ミクロにとらえるかでちがってくる。ここでいうマクロとは交通分担率のように、ある交通手段を全交通量の何%が選択するかという見方であり、ミクロとは立地問題のようにある立地主体がある地区を選択するかしないかという見方である。需要1単位のミクロな行動の累積がマクロな行動結果となっており、現象としては同じであるが、推定方法はちがってくる。

マクロにとらえるとき、まず選択財が A_1 と A_2 の2つであれば、A_1 と A_2 の因子ベクトル x_1, x_2 と選択率 P_1 と P_2 $(P_1+P_2=1)$ をサンプル調査より知ることができる。さらに P_1 は式(5)であらわされるから、P_1 より財 A_1 と A_2 との標準偏差係数 V_{12} を知ることができる。定義より明らかに、V_{12} は $\bar{U}_1$, $\bar{U}_2$ の関数であり、$\bar{U}_1$, $\bar{U}_2$ はそれぞれ x_1, x_2 の関数であるから、式(9)とおける。

$$V_{12} = f(x_1, x_2) \qquad (9)$$

ゆえに2つの選択財の組$\{V_{ij} ; (x_i, x_j)\}$をサンプルより求め、式(9)を回帰分析によって統計的に推定できる。選択集合 A から A_i を選択する場合には、サンプルより$\{\pi_i\}$を求め、これを式(6)と式(7)を連立して$\{P_{1i}\}$を求めれば同様の方法で推定できる。

ミクロにとらえると、A_i と A_j のどちらが選択されるかという問題であり、A_i と A_j の因子ベクトル x_i, x_j とどちらが選択された

図-3 マクロなモデル

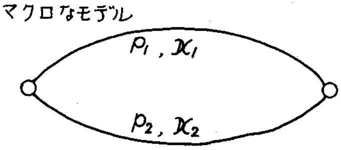
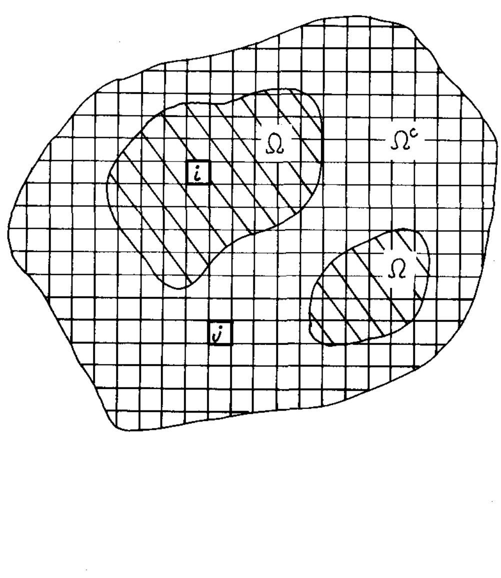


図-4 ミクロなモデル



かという情報をサンプル調査から得ることができる。たとえば図−4は1つのナッシュが1つの選択財であり、集合 Ω は選択された財の集合、集合 Ω^c は選択されなかった財の集合である。効用 U_i の推定値 $\hat{U}_i$ は仮定より式(10)が成立していなくてはならない。

$$\hat{U}_i > \hat{U}_j \qquad (i \in \Omega,\ j \in \Omega^c) \tag{10}$$

推定誤差が $N(0, \sigma^2)$ に従うとすれば、式(10)が成立する確率は式(4)と同じ原理によって、

$$Pr(\hat{U}_i > \hat{U}_j) = \int_{-\infty}^{\frac{\hat{U}_i - \hat{U}_j}{\sigma}} \phi(t)\, dt \tag{11}$$

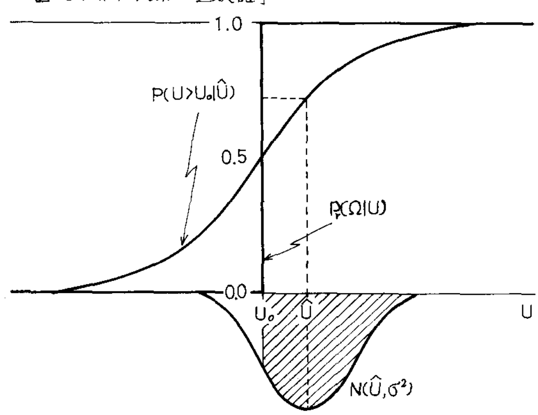
よって式(10)の成立する確率は $(\hat{U}_i - \hat{U}_j)/\sigma$ の増加関数である。そこで図−4のように Ω および Ω^c が複数の財からなるときには、式(10)がすべての i, j について成立する確率は、級間分散 σ_b^2 を全分散 σ^2 で除した相関比 $\eta^2 = \sigma_b^2/\sigma^2$ の増加関数であると考えられる。よって、η^2 を最大にする効用関数を判別関数法や数量化理論Ⅱ類などによって推定することができる。このとき、効用関数が式(10)を完全に成立させているとすると、ある U の財を選択する条件付確率 $Pr(\Omega|U)$ は図−5の折線となる。一方推定値が $\hat{U}$ であるとき、真の効用が U_0 以上である確率 $Pr(U>U_0|\hat{U})$ は図の斜線部分であり、式(12)であらわせる。

$$Pr(U>U_0|\hat{U}) = \int_{U_0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(U-\hat{U})^2}{2\sigma^2}\right] dU, \tag{12}$$

これを変形すると、

$$Pr(U>U_0|\hat{U}) = \int_{-\infty}^{\hat{U}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(\hat{U}-U_0)^2}{2\sigma^2}\right] dU, \tag{13}$$

図−5．推定効用と選択確率



よって、推定値が $\hat{U}$ であるとき、その財が選択される確率は、$N(U_0, \sigma^2)$ の正規累積関数であり、図のS字曲線であらわされる。ゆえに推定値 $\hat{U}$ を適当な級に分割して、この級に属するサンプルのうち、選択された財の比率を求めれば、これが式(13)の実績値であり、これより正規性の検定および分散を求めることができる。そして推定値が式(10)であるとき、「財 A_j より財 A_i が選好される」ということが不確実性 σ^2 をもって言える。

4. 結び

本研究は選択行動に仮説を設け、これを統計的に実証する方法論を展開したものである。今後、予測モデル、現象モデルと呼ばれている代表的な数式モデルを系統的に位置づけ、またケーススタディを通じて仮説を検討していくつもりである。

○加藤 晃，"道路網における交通流配分の基礎的考え方について"，第8回日本道路会議
○坂下 昇，"A Microscopic Theory of Traffic Assignment" RSA，1963
○T. F. Golob，"A Utility Model for Travel Forecasting"，ORSA．Feb. 1971