

IV-6 施設規模決定のための数学モデルに関する考察

(機) 日本水道コンサルタント 正会員 ○大田良巳

甲村正久

1. はじめに

近年の社会・経済的環境の激変により、公営施設建設計画においても、より長期的展望が要求されているように思われる。このため、公営施設の一例として浄水場をとりあげ、「与えられた計画目標給水量のもとに、将来丁年間にわたって、この施設を、いつごろまでに、どの程度の規模のものに、いくつ計画すべきか」という問題を考察する。このため本考察においては、丁年間に建設されるものの総経費の現在値を評価関数として設定する。浄水場計画は、水計画のサブ・システムを構成するにすぎず、他のサブ・システムズと独立に考察することはない。しかし、一般に上述計画における浄水場建設費の全体費用に占める割合が約40%とされていること、またモデルの単純化のため、ここでは浄水場のみに注目し、上述の問題を多岐決定過程と捉えて、DPによる定式化を試みる。

2. モデルの定式化

モデルを単純化するため、本考察においては、経済指標として物価上昇率(R)と利率(i)のみを採用し、施設入力として計画目標給水量(PQ %)を採用する。つぎに本考察の仮定を列挙すれば以下のとおりである。(1)浄水場建設のための空間は PQ に見合うだけ確保し、目標給水量も確保できる。(2)浄水場建設単価(C 円/ m^3)は、浄水場能力(S m^3 /日)の関数として記述される。(3)計画期間(T)は与件。(4)丁を N 分割し、第 n 期計画期間の建設費は、第 n 期の初年度(t_{n-1})に投資され、第 n 期施設も建設されるものとする。(5)浄水場の耐用耐用年数を30年とする。(6)公営用地が確保されており $1m^2$ に b 円必要であるとする。さらに $0.2m^3/m^2$ の土地が必要であるとする。(7)マンパワーは $S < 10^5$ に対し12人、 $S > 10^5$ に対し、 10^5 増すごとに3人増とし、さらに人件費は 1.2×10^6 円/人/年とする。(8)諸経費は人件費の30%とする。(9)維持修繕費については工水補助基準に準ずるものとして、建設費の2%とする。(10)剰余水生産量は単位あたり、何う丁年間、現在価値 α 円の損失を浄水場計画主

体と与えるものとする(図-1)。以上の仮定から、七年、 $n(1 \leq n \leq N)$ を第

期計画を示すインデックスとすれば、第 n 期に要請される浄水能力(S_n)は、

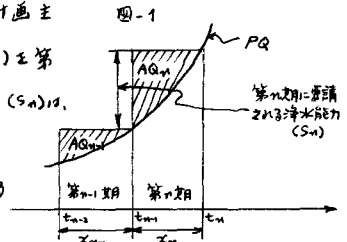
$$S_n = PQ_n - PQ_{n-1} \quad (1)$$

となる。さて、丁年間の最適計画をわれわれの場合、 $\sum_{n=1}^N S_n$ を供給する

ためにかかる総経費の現在値を最小にするような N と $t_n (n=1, \dots, N)$

を決定することであると定義すれば、評価関数はつぎのようになる。(1)われわれ

$$PV = \sum_{n=1}^N \left[\sum_{t=1}^{30} (1+i)^t \cdot C(S_n) \cdot S_n \cdot \frac{(1+R)^{t_{n-1}}}{(1+i)^{t_{n-1}+t}} + \sum_{t=1}^{30} a \cdot b \cdot S_n \cdot \frac{(1+R)^{t_{n-1}}}{(1+i)^{t_{n-1}+t}} + \sum_{t=1}^{30} 0.02 \cdot C(S_n) \cdot S_n \cdot \frac{(1+R)^{t_{n-1}}}{(1+i)^{t_{n-1}+t}} \right. \\ \left. + 365 \cdot a \cdot AQ_n + \begin{cases} (12+3 \cdot \left\{ \frac{S_n - 10^5}{10^5} + 1 \right\}) \cdot 12 \cdot 10^5 \cdot (1+0.3) \sum_{t=1}^{30} \left\{ \frac{1+R}{1+i} \right\}^{t_{n-1}+t} & \text{if } S_n > 10^5 \\ 12 \cdot 12 \cdot 10^5 \cdot (1+0.3) \sum_{t=1}^{30} \left\{ \frac{1+R}{1+i} \right\}^{t_{n-1}+t} & \text{if } S_n \leq 10^5 \end{cases} \right] \quad (2)$$



ただし、 R' は定額法による有形固定資産の償却率で、われわれの場合、0.034。 $C(S_n)$ は浄水能力が S_n のときの浄水場建設単価。 $[S_n=10^5/10^4]$ の $[]$ はガウス記号、 AQ_n は周りに示す割賦水生産量である。こうして、われわれの問題は典型的な多段階最適化として現れ、 z_n の代りに新たな変数

$$x_n = z_n - z_{n-1} \quad (5)$$

を導入することにより、つぎのようなDPモデルとして定式化できる。すなわち、

$$\sum_{n=1}^N x_n = T \quad (6)$$

$$x_n \geq 0 \quad (7)$$

$$f_n(x) = \min_{0 \leq x_n \leq x} \{g_n(x_n) + f_{n-1}(x - x_n)\} \quad (8)$$

$$f_0(x) = 0 \quad (9)$$

ここに、 $f_n(x)$ は残り n 段階があって、年数が x 年あるときの最適政策を用いたときの経費で、 $g_n(x_n)$ は(2)式のPVの第 n 成分に対応する。

3. 事例

最良の事例をもとに $C(S)$ と S の関係が図-2のように示され、これを最小2乗法で、

$$C(S) = \beta \cdot S^\alpha + 10000 \quad (10)$$

にあてはめると、

$$C(S) = 1.40325 \times 10^7 \times S^{-0.75030} + 10000 \quad (11)$$

を得た。つぎにPQは、某市の人口はうづに給水量の増系列データを直線近似(最小2乗法による)を行ない、この値とし、

$$PQ_t = (172237 + 5592t) / (217 + 22t) \quad (12)$$

を得る。この入力のもとで R と α をパラメータとして動か

し、総経費の現在値を求めると(ここに総経費とは R と α を固定したときの最小値もの)図-3を得る。したがって、最適政策表として表-1を得る。ただし、ここでは、 $T=20$ 、 $i=0.065$ として計算を行なった。表-1より切迫上昇率が高ければ高いほど、期間の区切りを少なく、 α が大きくなればなるほど期間の区切りを増加しようということになる。したがって、 α と R が決まれば、最適単位が決定しうる。なお、図-4に最適解へ到るプロセス図を示しておく。

4. あとがき

上述の α を考慮することは、水道に及ぼす収益を考慮することと同等であることを断っておく。今後、地のサグ、システムとの関連について考察しなければならぬであろう。最後に京都大学教養部川先生の御指導を感謝いたします。

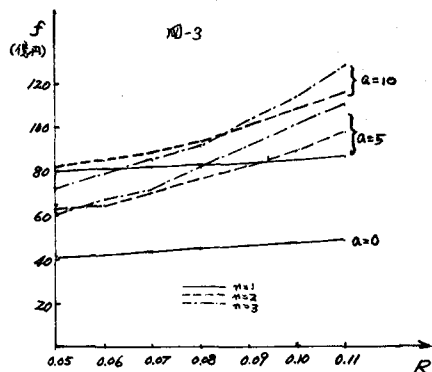
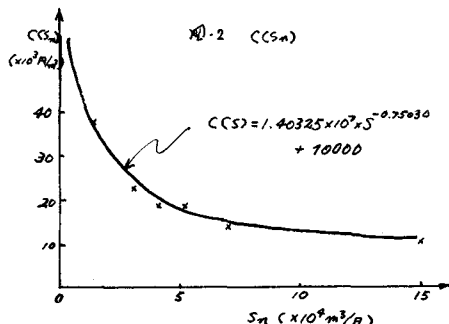


表-1 最適政策表 $N=3, T=20, i=0.065$

	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10	0.11
0.0	(20)	(20)	(20)	(20)	(20)	(20)	(20)
5.0	(8.75)	(11.9)	(11.9)	(10.10)	(10.10)	(20)	(20)
10.0	(7.76)	(7.76)	(7.76)	(6.77)	(10.10)	(10.10)	(9.11)

