

### III-132 トンネル覆工に作用する動的応力について

神戸大学工学部 正員 桜井 春輔  
神戸大学大学院 学生員 ○梶 木 郎

#### 1. まえがき

トンネルが岩盤中にある場合には、土圧論的な取扱いよりも、むしろ弾性論的に解析するほうが適当と思われる。静的な外力によるトンネルの弾性論的解析はすでに多くの研究者によって研究されているが、動的な外力による解析については、あまり発表されていないように思われる。したがって、ここでは弾性地山中のトンネル覆工に作用する動的圧力について考察をおこなうことにする。

動的なトンネルの解析としては、せん断波（地震時と考えられる）を受ける場合と、粗密波（発破時と考えられる）を受ける場合の2通りが考えられる。埼玉大学の岡本教授等は以前に、剛体と考えられる覆工をもつ円形孔のある無限に広い一様な弾性体の中を平面せん断波が進行する場合を考え、そのせん断波が覆工によってかく乱を受け、その反作用として覆工に及ぼす力を計算し、これをトンネル覆工に作用する動的応力とみなすという方法によりせん断波の解を得ている。しかし粗密波に対する解は発表されていないので、ここでは岡本教授と同じ手法によって、粗密波を受ける場合の覆工に作用する圧力を求めることにする。そして、せん断波および粗密波を受ける場合のトンネル覆工の圧力分布を、数値計算結果によって考察する。

#### 2. 理論の概要

仮定1；地山は一様な弾性体とする。 仮定2；ひずみ分布は2次元とし、平面ひずみ状態とする。 仮定3；伝播してくる波動はせん断（粗密）平面波であって、その波形は無限に連続する正弦波形とする。 仮定4；トンネル断面は円形とする。 仮定5；覆工は剛である。 仮定6；覆工と周囲の岩との間が半径方向に離れることはない。 仮定7；覆工と周囲の岩との周辺方向の相対的なずれに対しては全く抵抗がない。以上に述べたような仮定にもとづき、トンネルに入射してくる波動によって生じる変位、ひずみをベッセル関数で表わし、反射波によって生じる変位、ひずみは平面ひずみ状態において変位が一般に次式で表わされることから、スカラー・ポテンシャル $\phi$ 、およびベクトル・ポテンシャル $H$ を求める問題に帰着できる。

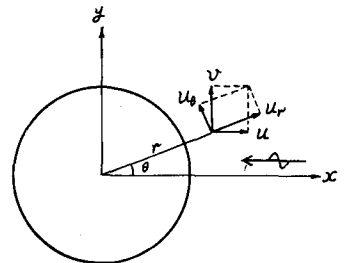


図-1

$$\begin{cases} u_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial H}{r \partial \theta} \\ u_\theta = \frac{\partial \phi}{r \partial \theta} + \frac{\partial H}{\partial r} \end{cases} \dots \dots (1)$$

ただし、 $\phi$ 、 $H$ は次式を満足し、又、種々の境界条件を満たさねばならぬ。

$$\begin{cases} \Delta^2 \phi = \frac{1}{C_s^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \\ \Delta^2 H = \frac{1}{C_s^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \end{cases} \dots \dots (2) \quad (C_s: \text{粗密波の波動伝播速度}, C_\theta: \text{せん断波の波動伝播速度})$$

このようにして求めた反射波の変位、ひずみはハンケルの第1、及び第2関数で表わされ、トンネル周辺の地山内応力 $\sigma_r$ 、及び $\sigma_\theta$ は次のように求められる。尚、 $\sigma_r$ は覆工に作用する圧力と考えられる。

せん断波を受ける場合

$$\begin{cases} \sigma_{sr} = -4\rho C_s a p e^{i p t} \sum_{m=2}^{\infty} \frac{i^m m \left\{ \frac{1}{2} H_m^{(1)}(\zeta) - H_m^{(2)}(\zeta) \right\} \sin m\theta}{\pi \zeta \left\{ \frac{1}{2} H_m^{(1)}(\zeta) H_m^{(1)}(x) + H_m^{(2)}(\zeta) H_m^{(2)}(x) - \frac{m^2}{2\zeta^2} H_m^{(1)}(\zeta) H_m^{(2)}(x) \right\}} \\ \sigma_{s\theta} = -4\rho C_s a p e^{i p t} \sum_{m=2}^{\infty} \frac{i^m m \left\{ \frac{1}{2} H_m^{(1)}(\zeta) + H_m^{(2)}(\zeta) \right\} \sin m\theta}{\pi \zeta \left\{ \frac{1}{2} H_m^{(1)}(\zeta) H_m^{(1)}(x) + H_m^{(2)}(\zeta) H_m^{(2)}(x) - \frac{m^2}{2\zeta^2} H_m^{(1)}(\zeta) H_m^{(2)}(x) \right\}} \end{cases} \quad \dots \dots (3)$$

( $\zeta = \frac{pr}{C_s}$ ,  $\zeta = \frac{pr}{C_p}$ )

粗密波を受ける場合

$$\begin{cases} \sigma_{pr} = 2\rho C_p a p e^{i p t} \left\{ \frac{2i H_0^{(1)}(x) + i H_0^{(2)}(x)}{2\pi \zeta \left\{ \frac{1}{2} H_0^{(1)}(x) H_0^{(1)}(x) + H_0^{(2)}(x) H_0^{(2)}(x) \right\}} + \sum_{m=2}^{\infty} \frac{i^m \left\{ 2 H_m^{(1)}(x) + (x - \frac{2m^2}{x}) H_m^{(2)}(x) \right\} \cos m\theta}{\pi \zeta \left\{ \frac{1}{2} H_m^{(1)}(x) H_m^{(1)}(x) + H_m^{(2)}(x) H_m^{(2)}(x) - \frac{m^2}{2\zeta^2} H_m^{(1)}(x) H_m^{(2)}(x) \right\}} \right\} \\ \sigma_{p\theta} = 2\rho C_p a p e^{i p t} \left\{ \frac{2i (1 - \frac{x^2}{2}) H_0^{(1)}(x) + (x - \frac{x^2}{2}) H_0^{(2)}(x)}{2\pi \zeta \left\{ \frac{1}{2} H_0^{(1)}(x) H_0^{(1)}(x) + H_0^{(2)}(x) H_0^{(2)}(x) \right\}} + \sum_{m=2}^{\infty} \frac{i^m \left\{ 2(1 - \frac{x^2}{2}) H_m^{(1)}(x) + (x + \frac{x^2}{2}(m^2 - 5)) H_m^{(2)}(x) \right\} \sin m\theta}{\pi \zeta \left\{ \frac{1}{2} H_m^{(1)}(x) H_m^{(1)}(x) + H_m^{(2)}(x) H_m^{(2)}(x) - \frac{m^2}{2\zeta^2} H_m^{(1)}(x) H_m^{(2)}(x) \right\}} \right\} \end{cases} \quad \dots \dots (4)$$

### 3. 計算例

数値計算をおこなう場合のデータとしては次の値を用いることにする。すなわち、トンネル半径(外径)  $r_0 = 3\text{ m}$ 、地山の密度  $\rho = 2.3\text{ t/m}^3$ 、せん断波の伝播速度  $C_s = 700\text{ m/sec}$ 、粗密波の伝播速度  $C_p = 1169\text{ m/sec}$ 。

i) せん断波を受ける場合

せん断波の円振動数が  $p = 10\text{ /sec}$  の場合における覆工に作用する圧力  $\sigma_{sr}$  の分布を図-2 に示す。尚、ここで変位振幅  $a = 1\text{ cm}$  である。又、 $\sigma_{sr}$  の最大値と  $p$  との関係を図-3 に示す。尚、ここで加速度振幅は  $ap^2 = 100\text{ cm/sec}^2$  と一定としている。この図から明白なように最大値は円振動数  $p$  にかかわらずほぼ一定値となることがわかる。又、その圧力の分布形もほとんど変化しない。

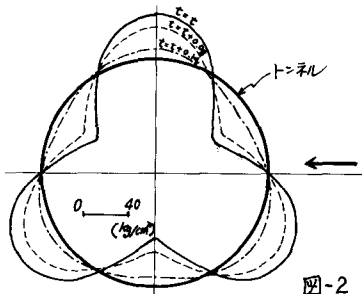


図-2

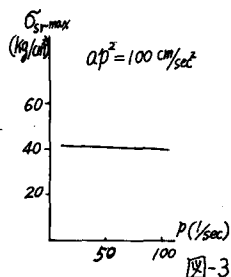


図-3

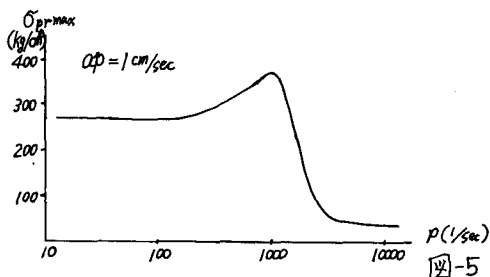


図-5

ii) 粗密波を受ける場合

粗密波の円振動数が  $p = 10$ 、および  $1000\text{ /sec}$  に対する  $\sigma_{pr}$  の分布を図-4(a), (b) に示す。尚、ここで速度振幅は  $ap = 0.1\text{ cm/sec}$  である。これらの図から  $p$  の値によって圧力の分布形が大きく変化することがわかる。 $p = 100\text{ /sec}$  まではほぼ静水圧的な分布形となっている。図-5 に  $\sigma_{pr}$  の最大値と  $p$  との関係を示す。尚、ここで速度振幅は  $ap = 1.0\text{ cm/sec}$  と一定としている。

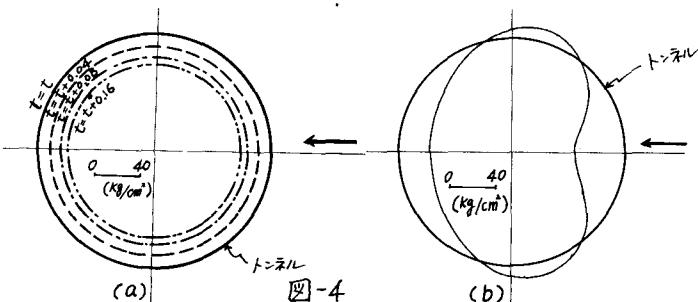


図-4

参考文献； 岡本舜三他，地中構造物に働く地震力の研究 土木学会論文集第92号(昭.38.4)