

1. 緒言

著者はすでに、水平力を受ける杭の周辺地盤が荷重の増大に伴ない地表面から次第に降伏状態に達するものと考えたいわゆる複合地盤反力法としての単杭の解法、ならびに計算図表などについて過去数回にわたり述べてきた。^{1)~3)} かかる複合地盤反力法を組杭に適用するに際し、特に問題となる点は塑性域の深さ x_p を求めることにある。すなわち一般的に N 本の杭から構成され、しかもそれらが任意の傾斜角をもった組杭を取り扱う場合、組杭を構成している個々の単杭の杭頭に生ずる杭軸直角方向力ならびに曲げモーメントなどが異なることにより、結局それぞれの杭に対する x_p が異なることとなり不可能に近いほど計算が面倒になる。一方、組杭を構成しているすべての単杭に対する塑性域の深さ x_p が等しい場合としては、フーチングに対して平行に外力が作用した対称斜め2本組杭と任意の方向に外力が作用した鉛直組杭の2者が考えられる。これらのうち対称斜め2本組杭に関してはすでに一部を報告したので、⁴⁾ 今回は鉛直組杭の解法ならびに室内模型実験結果との対応などについて記述する。

2. 理論式の誘導

杭頭がフーチングなどによって剛結された組杭の水平抵抗を解明する通常の方法は、組杭に作用する外力によって組杭を構成している各杭の杭頭に生ずる分力、すなわち杭軸方向力、軸直角方向力、曲げモーメントを求めるとともに、杭頭にこのような分力が外力として作用するものと考えた単杭の水平抵抗の理論とを組み合わせるにより導かれている。ここでもかかる方法にしたがって、まず外力として杭頭に水平力とモーメントが作用した場合の単杭について述べ、しかるのちその結果を利用して鉛直組杭に関する理論式の誘導について述べる。

1) 杭頭に水平力とモーメントが作用した場合の単杭の理論解

図-1(a)に画いたように、組杭を構成している各杭が地表面から h の高さ突出しており、しかも

第 i 番目の杭の杭頭に水平力 H_i およびモーメント

M_i が作用した場合の地中における杭の挙動に

関しては、図-1(b)のごとく地表面において水平力 H_i 、モーメント $\bar{M}_i = M_i + H_i h$ が作用したものとして解けばよい。すなわち、図-1に示した

塑性域、弾性域における杭の挙動に関する基礎方程式は、 EI : 杭の曲げ剛性、 b : 杭幅、 p_f : 降伏地盤反力係数、 n : 地盤反力分布指数、 q : 地盤反力係数とし、さらに $\beta_1 = \sqrt[n+3]{b p_f / EI}$ 、 $\beta_2 = \sqrt{b q / 4EI}$ 、 $z_1 = \beta_1 x_1$ 、 $z_2 = \beta_2 x_2$ 、 $Y_1 = \beta_1 y_1$ 、 $Y_2 = \beta_2 y_2$ などと置くことによりつぎのようになる。

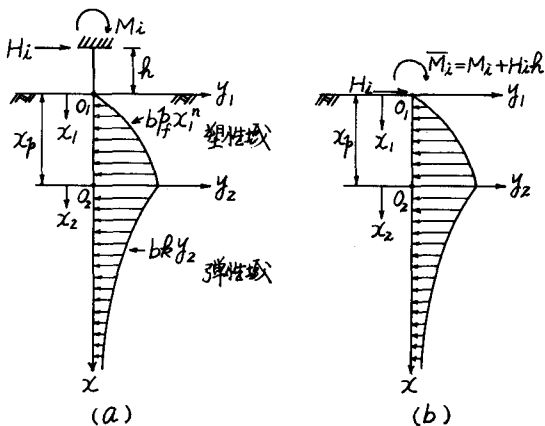


図-1 弾、塑性域と地盤反力

$$\text{塑性域: } \frac{d^4 Y_1}{dz^4} + Z_1^n = 0 \quad \text{---- (1)}, \quad \text{弾性域: } \frac{d^4 Y_2}{dz^4} + 4Y_2 = 0 \quad \text{---- (2)}$$

式(1), (2)を図-1(b)に示す境界条件と接続条件のもとに解き, それぞれ Z_1, Z_2 について2回微分し $(-EI\beta_1), (-EI\beta_2)$ をかけたければ, $\beta = \beta_2/\beta_1, Q = H_0/EI\beta_1^2, P = M_0/EI\beta_1$ とし, それぞれの領域に対してつぎのような曲げモーメントを与える式が得られる。

$$M_1 = -EI\beta_1 \frac{d^2 Y_1}{dz_1^2} = EI\beta_1 \left\{ \frac{1}{(n+1)(n+2)} Z_1^{n+2} - QZ_1 - P \right\} \quad \text{---- (3)}$$

$$M_2 = -EI\beta_2 \frac{d^2 Y_2}{dz_2^2} = ZEI\beta_2 e^{-Z_2} \left[\frac{1}{Z\beta} \left\{ \frac{1}{(n+1)(n+2)} Z_p^{n+2} - QZ_p - P \right\} \cos Z_2 \right. \\ \left. + \frac{1}{Z\beta^2} \left\{ \left(\frac{1}{n+1} Z_p^{n+1} - Q \right) + \beta \left(\frac{1}{(n+1)(n+2)} Z_p^{n+2} - QZ_p - P \right) \right\} \sin Z_2 \right] \quad \text{---- (4)}$$

ここに Z_p は塑性域の長さ x_p に β_1 をかけたものすなわち $Z_p = \beta_1 x_p$ を表わし, その値は $(Y_1)_{Z_1=Z_p} = \beta_2 p_f (Z_p/\beta_1)^n/k$ あるいは $(Y_2)_{Z_2=0} = \beta_2 p_f (Z_p/\beta_1)^n/k$ の関係より次式を満足する解として与えられる。

$$\frac{\beta}{(n+1)(n+2)} Z_p^{n+2} + \frac{1}{n+1} Z_p^{n+1} + \frac{1}{Z\beta} Z_p^n - \beta QZ_p - Q - P = 0 \quad \text{---- (5)}$$

さらに航頭の水平変位 δR_i , 回転角 ϕ_i は γ_0, θ_0 をそれぞれ地表面における航の水平変位, 回転角としてつぎのように求まる。

$$\delta R_i = \gamma_0 + \theta_0 h + \frac{H_i h^3}{3EI} + \frac{M_i h^2}{2EI} \quad \phi_i = \theta_0 + \frac{H_i h^2}{2EI} + \frac{M_i h}{EI} \\ = \bar{A}_i H_i + \bar{B}_i M_i + \bar{C}_i \quad \text{---- (6)} \quad = \bar{D}_i H_i + \bar{E}_i M_i + \bar{F}_i \quad \text{---- (7)}$$

$$\text{ここに, } \left. \begin{aligned} \bar{A}_i &= \frac{1}{6EI\beta_1^3} \left\{ Z(1+\beta_1 h + \beta Z_{pi})^3 + 1 \right\}, \quad \bar{B}_i = \bar{D}_i = \frac{1}{ZEI\beta_2^2} (1+\beta_2 h + \beta Z_{pi})^2 \\ \bar{C}_i &= -\frac{1}{Z\beta_2 \beta^2 (n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} Z_{pi}^{n+1} \left\{ Z(n+3)\beta^3 Z_{pi}^3 + Z(n+4)(n+3+\beta_2 h) \beta^2 Z_{pi}^2 \right. \\ &\quad \left. + (n+3)(n+4)(n+3+2\beta_2 h) \beta Z_{pi} + (n+2)(n+3)(n+4)(1+\beta_2 h) \right\} \\ \bar{E}_i &= \frac{1}{EI\beta_2} (1+\beta_2 h + \beta Z_{pi}), \quad \bar{F}_i = \frac{1}{Z\beta^2 (n+1)(n+2)(n+3)} Z_{pi}^{n+1} \left\{ 2\beta^2 Z_{pi}^2 + 2(n+3)\beta Z_{pi} + (n+2)(n+3) \right\} \end{aligned} \right\} \quad \text{---- (8)}$$

$$\frac{\beta}{(n+1)(n+2)} Z_{pi}^{n+2} + \frac{1}{n+1} Z_{pi}^{n+1} + \frac{1}{Z\beta} Z_{pi}^n - \frac{1}{EI\beta_1^2} (1+\beta_1 h + \beta Z_{pi}) H_i - \frac{1}{EI\beta_1} M_i = 0 \quad \text{---- (9)}$$

ii) 鉛直組航の解法

図-2(a)に示すような剛なフーチングに剛結されている N 本の航よりなる鉛直組航に任意の方向に外力が作用する場合, これを同図に画いたごとく V, H, M なる3成分に分けて考えることができる。そして組航を構成している各航の航頭を生ずる航軸方向力, 航軸直交方向力, 曲げモーメントを図-2(b)のごとくそれぞれ V_i, H_i, M_i ($i=1, 2, \dots, N$) とし, 航群の重心軸から各航までの距離を l_i , しかも重心軸から左にある航までの距離を正, 逆のものを負とすればフーチング下面と重心軸との交点 O に関する力のつり合いよりつぎの関係式が書ける。

$$\left. \begin{aligned} \sum V &= 0 : \sum_{i=1}^N V_i = V \\ \sum H &= 0 : \sum_{i=1}^N H_i = H \\ \sum M_0 &= 0 : \sum_{i=1}^N (M_i - V_i l_i) = M \end{aligned} \right\} \text{--- (10)}$$

こゝに等しい番目の桁から重心軸までの距離 l_i は次式より決定できる。

$$l_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (l_i - l_j) \text{--- (11)}$$

つぎに組杭を構成している個個の単杭の性質ならびにそれらの周辺地盤の性質がすべて等しいと考え、杭軸方向ばね定数 k_v を

$$k_v = \frac{V}{N \delta v} = \frac{V_1}{\delta v_1} = \frac{V_2}{\delta v_2} = \dots = \frac{V_N}{\delta v_N} \text{--- (12)}$$

のごとく定義すれば、 $\phi = \phi_1 = \phi_2 = \dots = \phi_N$ なるゆえ、i) の単杭の理論解で示した式(7)よりつぎのような関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} \phi_j - \phi_k &= (\bar{D}_j H_j - \bar{D}_k H_k) + (\bar{E}_j M_j - \bar{E}_k M_k) \\ &+ (\bar{F}_j - \bar{F}_k) = 0 \end{aligned} \text{--- (13)}$$

こゝに、 $\bar{D}_i, \bar{E}_i, \bar{F}_i$ ($i=j, k$ かつ $j \neq k$) は式(8), (9)の関係で示されるので、それらは H_i, M_i の関数として表わされる。すなわち、

$$\begin{aligned} \bar{D}_i &= f(H_i, M_i), \quad \bar{E}_i = g(H_i, M_i), \\ \bar{F}_i &= h(H_i, M_i) \end{aligned} \text{--- (14)}$$

ゆえに式(13)の第2項が恒等的に0となるにはつぎの関係が満足されなければならない。

$$H_j = H_k, \quad M_j = M_k \text{--- (15)} \quad \bar{D}_j = \bar{D}_k = \bar{D}, \quad \bar{E}_j = \bar{E}_k = \bar{E}, \quad \bar{F}_j = \bar{F}_k = \bar{F} \text{--- (16)}$$

$$\text{よって, } \bar{A}_j = \bar{A}_k = \bar{A}, \quad \bar{B}_j = \bar{B}_k = \bar{B}, \quad \bar{C}_j = \bar{C}_k = \bar{C} \text{--- (17)}$$

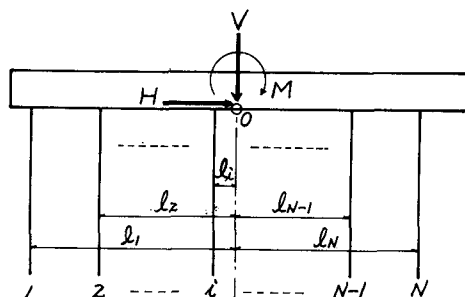
また式(15)は次式のごとく書き改められる。

$$H_1 = H_2 = \dots = H_N, \quad M_1 = M_2 = \dots = M_N \text{--- (18)}$$

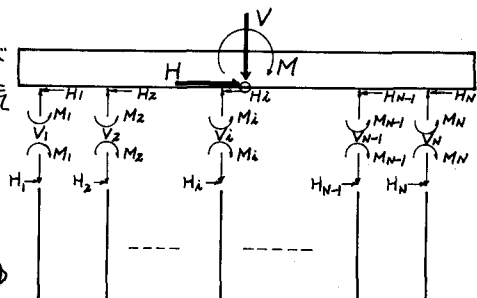
さらに、 δv_i は下向きを正として、フーチングの回転角を ϕ で表わせば図-2 (C) より次式が書ける。

$$l_i \phi = -(\delta v_i - \delta v) \quad (i=1, 2, \dots, N) \text{--- (19)}$$

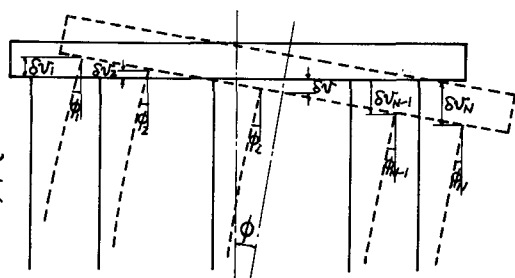
こゝに上記したごとく $\phi = \phi_1 = \phi_2 = \dots = \phi_N$ なるゆえ式(7), 式(12)などを用いて式(19)を書



(a) 外力を受ける鉛直組杭



(b) 力のつり合い



(c) 変形

図-2 鉛直組杭に生ずる力と変形

き改めれば,

$$l_i k_v (\bar{D}H_i + \bar{E}M_i + \bar{F}) = -V_i + \frac{V}{N} \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad \text{----- (20)}$$

となる。よって、式(10), (18), (20)から V_i , H_i , M_i が求められ、それらはそれぞれ次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} V_i &= \frac{V}{N} - \frac{l_i k_v}{N + k_v \bar{E}J} (\bar{D}H + \bar{E}M + \bar{N}F), & H_i &= \frac{H}{N} \\ M_i &= -\frac{k_v}{N(N + k_v \bar{E}J)} (\bar{D}JH - \frac{M}{k_v} + \bar{F}J), & \text{ここに } J &= \sum_{i=1}^N l_i^2 \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (21)}$$

式(21)を用いてフーチングの水平移動量 δ , 回転角 ϕ はそれぞれ式(6), 式(7)で求められる。

3. 模型実験結果と計算結果

2. で述べた理論式の妥当性を検討する目的で模型実験を行なった。使用した模型杭はメタクリル酸樹脂製 (弾性係数 $E \approx 30000 \text{ kg/cm}^2$) で、その諸元は図-3に示すとおりである。また、模型地盤としては滋賀県愛知川の乾燥砂を木製砂槽内に入れ、起振機にて十分締め固めたものを用いた。

かくして、くり返し水平載荷実験により得られた結果の一例として、杭体に生ずる曲げモーメントの深さ方向の分布を画いたのが図-4であり、同図には著者の解法による理論計算ならびに地盤を完全弾性体と仮定して導かれた竹下の解法⁵⁾を用いて行なった計算曲線をも一括図示した。図-4における計算曲線を求めるに際し、地盤係数の諸定数は、すでに述べたと同じ装置^{1), 2), 4)}を用いて行なった測定値 $p_f \approx 0.035 \text{ kg/cm}^2$, $n \approx 2$, $k \approx 10 \text{ kg/cm}^2$ を、杭軸方向ばね定数 k_v は同じ模型杭、模型地盤について別に行なった鉛直載荷実験より得られた結果を採用した。結局図-4によると地盤を弾性体とした解法よりも、非弾性的性質を考慮した著者の解法による曲線の方が実測値に近い結果を与えていることがわかる。なお詳細は講義時に述べる。

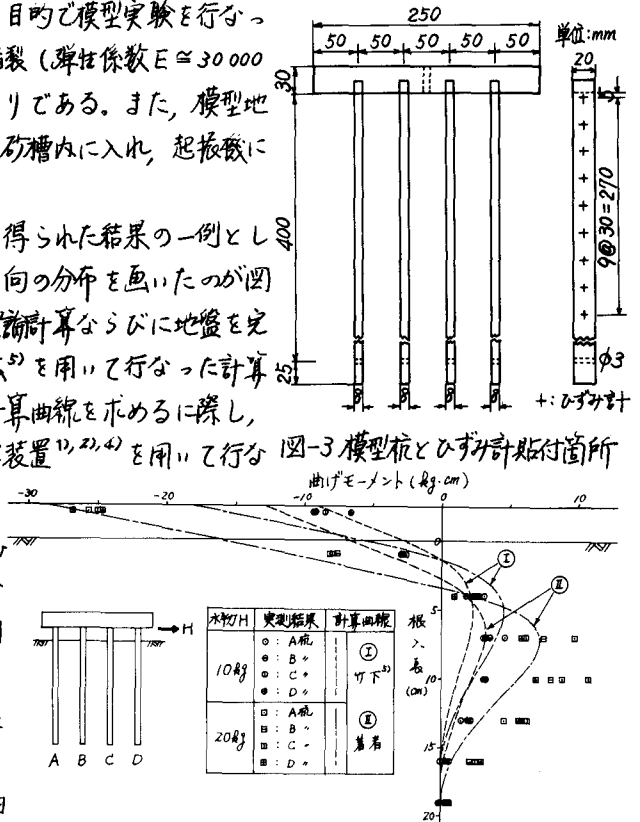


図-4 曲げモーメントの実験結果と計算曲線の一例

- 1) 勝見雅・西本純範: 杭の水平抵抗に関する2,3の考察, 昭和43年度土木学会関西支部講演要覧集, III-20, 併III-20-1-2, 昭43.5.
- 2) 勝見雅・西本純範: 杭の水平抵抗に関する2,3の考察(第2報), 土木学会全国大会講演要覧集, III-79, 併209~210, 昭43.10.
- 3) 勝見雅: 杭の水平抵抗に関する2,3の考察(第3報), 土木学会全国大会講演要覧集, III-2, 併3~6, 昭43.11.
- 4) 勝見雅・西本純範: 斜め組杭の水平抵抗に関する研究, 土木学会全国大会講演要覧集, III-113, 併323~326, 昭44.9.
- 5) 竹下孝: 組杭計算法(1), (2), (3), 土木技術, 第19巻8, 9, 10号, 1964. 8, 9, 10.