

III-78 横力を受ける杭の挙動 (ヤウ)

法政大学工学部

正員

山門明雄

,

,

牟田親弘

,

学員

〇徳永正博

1. まえがき

静的な横力を受ける単ゲイの挙動を示す基礎微分方程式は次のように表わされる。

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + BKx^m y'' = 0 \quad \dots\dots (1)$$

EI : クイの曲げ剛性 ($\text{kg} \cdot \text{cm}^2$)

y : クイのたわみ (cm)

x : 地表面からの深さ (cm)

B : クイ幅 (cm)

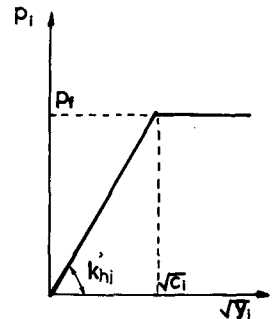
K : 水平方向の地盤反力を表わす係数

非線形弾性曲線法には、砂地盤についての模抵抗に関する実験結果から $m=0.5$, $m=1$ とする篠原・久保の方法⁽¹⁾、また地盤によつては、 $m=0.5$, $m=0$ とする林・宮島の方法がある。篠原・久保の実験によれば、非線形弾性曲線法における水平方向地盤反力係数 k_{hi} (kg/cm^2)、すなわち、たわみの平方根 $\sqrt{y}$ ($\text{cm}^{0.5}$) とクイ面反力 p (kg/cm^2) のグラフを描き、それを直線で近似した勾配は、ほぼ直線関係と認められるが、これは無制限に成立するものではなく、たわみがある限度をこえるとクイ面反力はほとんど増加しないことを確かめている。篠原・久保の実験ではたわみ y が 1.5 cm をこえるあたりから、クイ面反力は急にフラットになっている。これはクイ面反力が受働抵抗の限界に達し、工破壊状態に入ったことを結論づけている。そこで今回はクイ面反力が受働抵抗の限界に達することを考慮し、マトリックス法で演算を行なったのが結果をここに報告する。

2. マトリックス法による表現

図-2のようにクイを分割し、節点 i から $i+1$ の長さを λ_i (cm)、断面2次モーメントを I_i (cm^4)、ヤング係数を E (kg/cm^2) とし、横力は各節点に集中荷重として作用するものとする。(1)式の線形弾性曲線法をマトリックス表示すれば次のようになる。⁽²⁾⁽³⁾

$$DK^i D y + E_s y = P \quad \dots\dots (2)$$



たわみ-クイ面反力曲線

図-1

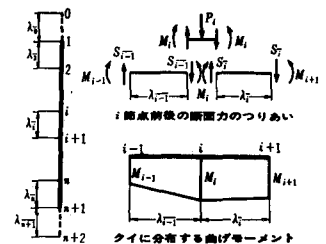


図-2

$DK^T D$; 剛性マトリックス

y ; タワミベクトル

E_s ; 線形弾性曲線法におけるバネ係数マトリックス

P ; 横カベクトル

(1) 式の非線形弾性曲線法をマトリックス表示すれば次のようになる。

$$DK^T D y + E_s' y^{0.5} = P \quad \dots\dots\dots (3)$$

E_s' ; 非線形弾性曲線法におけるバネ係数マトリックス

(2) 式のタワミベクトルは次のようになる。

$$y = (DK^T D + E_s')^{-1} P \quad \dots\dots\dots (4)$$

(3) 式のタワミベクトル y は Newton Raphson 法で求めることができる。そして曲げモーメントベクトル M は次のようになる。

$$M = -K^{-1} D^T y \quad \dots\dots\dots (5)$$

タワミベクトル y , 曲げモーメントベクトル M が求まれば格間せん断力 $SE(k)$ は次のようになる。

$$S_i = \frac{1}{\lambda_{i+1}} (M_{i+1} - M_i) \quad \dots\dots\dots (6)$$

また、

$$S_i = \frac{1}{\lambda_i} (M_{i+1} - M_i) \quad \dots\dots\dots (7)$$

$\delta_i = \lambda_i / (6EI\delta)$ とすれば、たわみ角 θ_i は次のようになる。

$$\theta_i = -\delta_{i-1} (2M_i + M_{i-1}) + \frac{1}{\lambda_{i-1}} (y_i - y_{i-1}) \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\theta_i = \delta_i (M_{i+1} + 2M_i) + \frac{1}{\lambda_i} (y_{i+1} - y_i) \quad \dots\dots\dots (9)$$

3. クイ面反力が極限値を越す場合の処理

篠原・久保の実験によれば、図-1のようにタワミ y_i が 1.5cm 以上になるとタワミの平方根 $\sqrt{y_i}$ - クイ面反力 P_i 曲線は折線になるような傾向がみられる。このような折線と仮定した場合の処理は、クイ面反力が受働抵抗の限界に達する水平変位が明らかの場合(図-1では C_1)は、(3)式の解、すなわちタワミベクトル y を Newton Raphson 法で求めた後に、求めたタワミ y_i と C_1 を比較し、タワミが大きい場合は非線形弾性曲線法におけるバネ係数マトリックス E_s' と横カベクトル P を修正する。すなわちこの箇目のバネ係数を 0 とし、右辺の横カベクトル P のこの箇目を $P_i - E_{si} \cdot \sqrt{C_1}$ として逐次計算を行なえば処理することができる。限界クイ面反力 P_{Li} (kg/cm^2) がわかっている場合(図-1では P_{Li})は、 P_{Li} に対応するタワミ C_2 を計算し、上記と同様に処理すればよい。

なお実測 k_{si} (kg/cm^2) を求めるために現場実験などから、タワミの平方根 $\sqrt{y_i}$ - クイ面反力 P_i 曲線を作るにあたって、曲線が原点を通らないことがあるが、バネ係数マトリックス E_s' および横カベクトル P を修正すればよい。

4. 数値計算例

計算に必要な数値を決定できる実測測の入りが困難であるため、篠原・久保の E_0 値を用いて、クイ面反力が極限値を持つ場合の計算を行なうことにし、インプットデータは下の値を採用した。この場合のクイ面反力の限界におけるタワミ C_d は1.5cmと仮定した。

インプットデータ

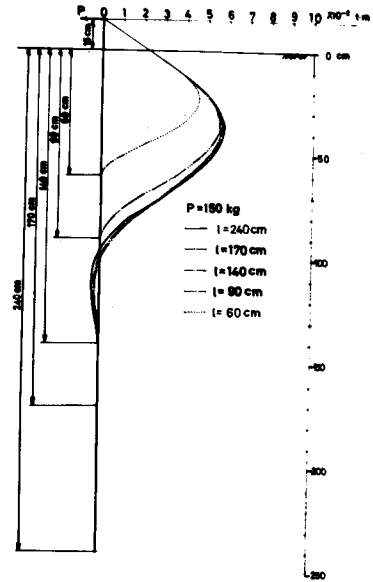
- ・クイの曲げ剛性 EI ; $2.754 \times 10^7 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$
- ・クイ幅 B ; 10cm
- ・地上部の長さ h ; 15cm
- ・篠原・久保の水平方向地盤反力係数
 E_0 ; $508/\text{cm}^{0.5}$
- ・根入れ長さ l ; 240, 170, 140, 90, 60 cm
- ・横力 P ; 50, 75, 100, 150, 200, 250, 300, 400 kg

・クイの上下端 ; 自由

演算結果の一例として、各根入れ長さに対する曲げモーメント分布を図-3に示す。またクイ頭のタワミ $y_1^{(0)}$ と、横力 $P^{(0)}$ の関係は図-4に示してある。根入れ長が有効長より小さいクイを短グイと称しているが、この短グイの挙動も容易に予測することができ、図-4の○印はクイ面反力が極限値を持つ場合の演算結果であるが顕著な相違がみられたのは $l=60\text{cm}$ の短グイであった。 $l=60\text{cm}$ のクイのクイ面反力が各横力に対して極限値に達する状態は図-5に示してある。横力が200kgの時はクイの下端でも限界に達したので計算を打ち切った。図-4のクイ頭のタワミ $y_1^{(0)}$ と横力 $P^{(0)}$ のグラフより、短グイである $l=60\text{cm}$ 、 $l=90\text{cm}$ のクイは横力が小さいうち長グイの挙動を示しているが、横力が大きくなると従って短グイの挙動に移行していく過程が判る。 $l=60\text{cm}$ の根入れ長のクイでは横力 $P^{(0)}$ が、

各根入れ長に対する曲げモーメント分布図

図-3



クイ頭のタワミ $y_1^{(0)}$ と、横力 $P^{(0)}$ の関係

図-4

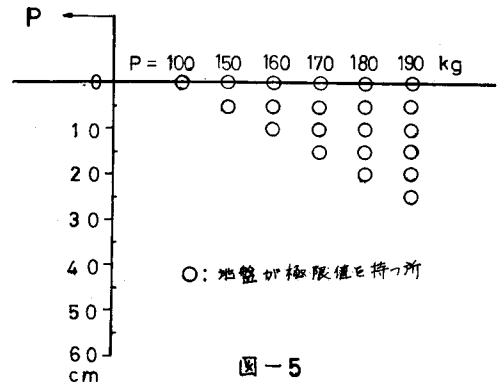
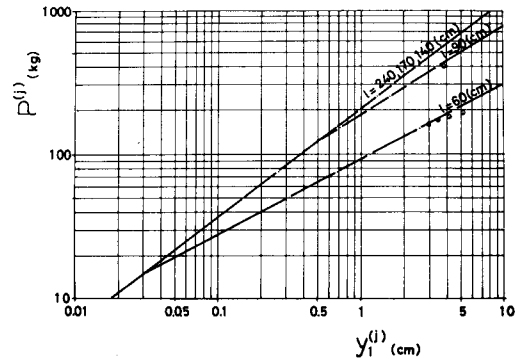


図-5

15.5 kg, $l = 90$ cm の クイでは横力 P^0 が 115 kg の時、長グイの挙動から短グイの挙動に移行してゐる。

5. 結び

短グイでは十分な根入れ長のあるクイに比して変位が小さく、クイの挙動が根入れ長により影響を受け、変位や曲げモーメントの予測がむづかしいといふことが、このマトリックス法を使用すれば短グイの安定性も検討することができよう。

よって本解法は、非線形弾性曲線法における水平方向地盤反力係数が決定される。

1. 地盤が変化する場合の挙動
2. 変断面グイの挙動
3. 短グイの挙動

などを求める時、有効である。

なお本研究の演算は東京大学大型計算機を使用した。

参考文献

- (1) 篠原登美雄・久保浩一；クイの横抗抗に関する実験的研究(その1)
運輸技術研究所報告 (Vol II, No. 6, 1961)
- (2) 早田親弘・山門明雄・大地半三；マトリックス法による横力を受けるクイの解法
土工基礎 (Vol 19, No. 3, 1971)
- (3) 山門明雄・大地半三・早田親弘；横力を受けるクイの挙動
土木学会第29回年次学術講演会第Ⅲ P. 327 (1969)