

III-47 飽和土のポアソン比

東京大学工学部 正員 石原 研 而

まえがき

軟弱地盤では一般に地下水面が高いため、その上に作られる構造物の解析に当っては、水で飽和された土の力学的挙動に関する知識が要求される。また、海底や河底の水中構造物も水で飽和された地盤の上に作られる。これらの地盤を構成する土の性質は、ヒズミが小さい範囲では弾性常数およびポアソン比によって表現される。前者はいろいろのせん断試験機を用いることによって求めることが一応可能であるがポアソン比については、その値を正確に求めるのは極めて困難である。不飽和土では多くの実験からポアソン比は大体0.25～0.4の範囲にあることがわかっている。この範囲の値であれば、種々の構造物の設計解析にどの値を用いても、結果にそれほど大きな影響をおよぼすことはない。しかし、非排水状態にある飽和土ではポアソン比が0.5に極めて近くなるため、その値を正確に求めておかないと結果に重大な誤差が生ずる可能性がある。このようなわけで、飽和土の非排水時のポアソン比に関する研究は重要なものであると考へられる。静的なせん断変形に関しては、非排水状態で土が力を受けると、水の圧縮性が小さいために、ほぼ一定体積のもとでせん断変形が起こることがわかっており、そのためポアソン比を0.5と仮定することが多い。しかしこれを動的問題（非排水変形の一つ）に直接使いようとするすると種々の不都合が生じてくる。例へばポアソン比が0.5であれば飽和土中の縦波は無限大の速度で伝播することになるが、このようなことはありえないのである。以上のような不可解なことが生じたのは間隙水の圧縮性を無視したこと起因するものであつて、動的問題に適用しうるポアソン比をもつと正確に求めるには、水の圧縮性をも考慮したもつと基本的考察から再出発せざるをえなくなる⁽¹⁾。このような必要に答へて、理論的考察を行い、その結果を弾性波探査で得られたデータに照し合せて検討したので、以下簡単に紹介してみることとする。

理論的考察

土中に発生する歪が微小であるとする、弾性理論が適用できる。これによると、ポアソン比は

$$\nu = \frac{1}{2} \frac{3K - 2\mu}{3K + \mu} \quad \dots\dots\dots (1)$$

によって与えられる。ただし、 μ は剛性率、 K は体積弾性率である。剛性率は排水状態で剪断が起つても、非排水状態で変形が生じて、変わらないものと仮定する。これに反し、体積弾性率の方は排水条件によつても大きく変化する。非排水状態における体積圧縮率を簡単に求めるために、Skemptonが間隙水圧係数 B を求めるに当つて採用した方法を用いてみよう。今、飽和した土の微小要素に一様な圧縮力 σ が外から加わ、ていると仮定しよう。この力は、土の骨格に作用する成分 $\bar{\sigma}$ と間隙水に加わる圧力 u との二つに分かれる。従つて

$$\sigma = \bar{\sigma} + u \quad \dots\dots\dots (2)$$

なる関係が成り立つ。この有効応力 $\bar{\sigma}$ によって骨格の部分が ΔV_b だけ収縮したとすると、骨格の圧縮率を C_b とするとき

$$\frac{\Delta V_b}{V} = C_b \bar{\sigma} \quad \dots\dots\dots (3)$$

なる関係が成立する。たゞし、 V は考えている土の要素の圧縮以前の体積である。次に、間隙水圧 u によって間隙の水が圧縮されるが、圧縮以前の水の体積は、 n を間隙率とすると nV である。これだけの水が ΔV_e だけ縮んだとすると (3) 式と同様に

$$\frac{\Delta V_e}{nV} = C_e u \quad \dots\dots\dots (4)$$

なる関係が成り立っていないとはならない。たゞし、 C_e は水の圧縮率である。非排水状態で圧縮があるということは、水の部分と見かけの骨格部の圧縮量が等しいことに外ならないから、(3) (4) 式より

$$C_b \bar{\sigma} = n C_e u \quad \dots\dots\dots (5)$$

がえられる。この関係と (2) 式を用いて、(3) 式を全応力 σ で表わしてみると

$$\frac{\Delta V_b}{V} = \frac{n C_e}{1 + \frac{n C_e}{C_b}} \cdot \sigma \quad \dots\dots\dots (6)$$

がえられる。この式で、左辺は骨格の部分の体積圧縮を表わすことはすでにのべた。さて、我々が変位やヒズミを測定する時に対象としているのは、土の骨格の外見上の変化に犯ならない。従って、(6) 式の左辺は、土を一つの連続体と仮定した場合の、いわゆる体積変化に相当することになる。今までは、考察の便宜上、土を骨格と水の二つの部分に分割して考えを進めてきたが、ここでもとに戻って土に作用する全外力 σ と体積変化の関係をさがしてみると、これがとりも直さず (6) 式で与えられるものであることは明らかである。従って、この式より、体積弾性率 K が次のように求まる。

$$K = \frac{1 + \frac{n C_e}{C_b}}{n C_e} \quad \dots\dots\dots (7)$$

これが、今まで求めようとしていた非排水状態における飽和土の体積弾性率である。一方、周知の通り、間隙水圧係数 B は

$$B = \frac{1}{1 + \frac{n C_e}{C_b}} \quad \dots\dots\dots (8)$$

で与えられるから、これを用いて体積弾性率 K を書き直してみると

$$K = \frac{1}{n C_e B} \quad \dots\dots\dots (9)$$

なる関係式がえられることになる。この関係を (11) 式に代入することにより、飽和土のポアソン比が次のように定まる。

$$\nu = \frac{1}{2} \cdot \frac{3 - 2\mu n C_e B}{3 + \mu n C_e B} \quad \dots\dots\dots (10)$$

この式より、飽和土の非排水時のポアソン比は、間隙率、土の骨格の圧縮率、水の圧縮率、せん断係数によって一意的に決まってくる事が知れる。さて、軟い土では、骨格の圧縮率 C_b は一般に、水のそれに比して遙かに大きいことが判っている。このことから $C_e/C_b \approx 0$ とみなして $B \approx 1$ と置くことが多い。(10) 式で $B=1.0$ と置き、更に $\mu n C_e$ の値も小さいことに着目すると、ポアソン比に関する (10) 式は次のようになる。

$$\nu = \frac{1}{2}(1 - n\mu C_e) \dots\dots\dots (11)$$

C_e の値は 20°C の温度で大体 $48 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{kg}$ の値をとり、 n は $0.3 \sim 0.6$ の狭い範囲でしか変化しないから、結局、土の剛性率が判ればポアソン比が決まってくることを (11) 式は物語っている。このことは非排水変形時のポアソン比を独立な実験によって求める必要のないことを示している。

測定値との比較

上記の理論的結論の妥当性を確かめるため、弾性波探査で求められたデータを集めてみた。最近、板叩き法等の探査技術が著しく進歩したため、ボーリング坑を利用して、セン断波速度をかなり正確に求めることが可能になってきた。そこで、セン断波速度 V_s と縦波速度 V_e の両方がそろっている測定データの中で、地下水面以下からえられたもののみを選択してポアソン比を計算してみた。この計算は普通の弾性波理論にもとづくもので、次式を用いて行なった。

$$\nu = \frac{\left(\frac{V_e}{V_s}\right)^2 - 2}{2\left[\left(\frac{V_e}{V_s}\right)^2 - 1\right]} \dots\dots\dots (12)$$

これによって求められたポアソン比が図1に示してある。なお縦軸には横波速度より

$$\mu = \rho V_s^2 \dots\dots\dots (13)$$

によつて計算した μ をとつてある。一オ (13) 式で求めた剛性率と空隙比の測定値を (11) 式に代入してポアソン比を求めてみた。その結果が図1に実線で示してある。この図より、(12) 式で求めた実測値と (11) 式で求めた理論値とが極めてよく一致を示すことが知れる。又、飽和土のポアソン比は極めて 0.5 に近いながらもセン断剛性率の増加に伴ない減少してくることがわかる。図1で示される結果はセン断波速度が 500 m/sec 以下の軟弱な沖積土および洪積土に対して当てはまるものである。もっと硬い洪積土や岩盤に対して適用できるか否かを見るために作つたのが図2である。図中のデータは太田裕⁽²⁾氏が、外国の測定例も含めた多くの資料を整理してまとめたものである。この中には、水で飽和したもの、不飽和なものも含まれている。材料は軟弱土、硬質土、軟岩、硬岩等すべてのものが含まれている。空隙比を適当に仮定し、(10)、(11) 式よりポアソン比を計算して、剛性率 μ に対してプロットしてみると図2の実線のようになる。既に説明したように μ の値が大きくなると (11) 式の精度が悪くなる。この時には土の骨格の圧縮率 C_b を適当に仮定し、(10) 式によつて理論値の V を求めて図2の実線を描いた。更に岩石のように μ と C_b が大きくなると (10) 式の精度もあやしくなる。この時には土粒子自体の圧縮率をも考慮せねばならないが、そうすると本論文の最初の議論から訂正せねばならないので、ここでは触れないことにする。たゞ図2の実線で V_s が 2500 m/sec 以上の部分では以上のような考慮がなされている。さて図2を見ると、まず、 μ が 10000 kg/cm^2 以下の土では、ポアソン比にある上限が存在して、土が水を含む度合いの強い程、測定値がこの上限に接近してくることが知れる。そして更に、この上限は飽和土に対して適用できる (11) 式の理論値とよく一致していることがわかる。以上の考察から (11) 式が測定値によく一致すること、および或る与えられた土に対して、ポアソン比は飽和時に最大値をとることが明らかになった。剛性率 μ が 10000 kg/cm^2 以上になると理論から求めたポアソン比の方が測定値よりも小さくなってくる。このような差異の理由については、現在のところ筆者もよくわからない。測定値と理論の再吟味をする必要があると思われる。

結論

- 1). 水で飽和された土および岩石に適用できるポアソン比の理論式をみちびいた。
- 2) 弾性波速度の測定値から求めたポアソン比と理論値とを比較することにより、剛性率が 10000 kg/cm^2 以下の土については、両者がよく一致することがわかった。
- 3) 飽和土のポアソン比は土の剛性と共に減少すること、これと同様率とがわかれば独立な実験を行わなくても、これが一般的に決まること、が示された。

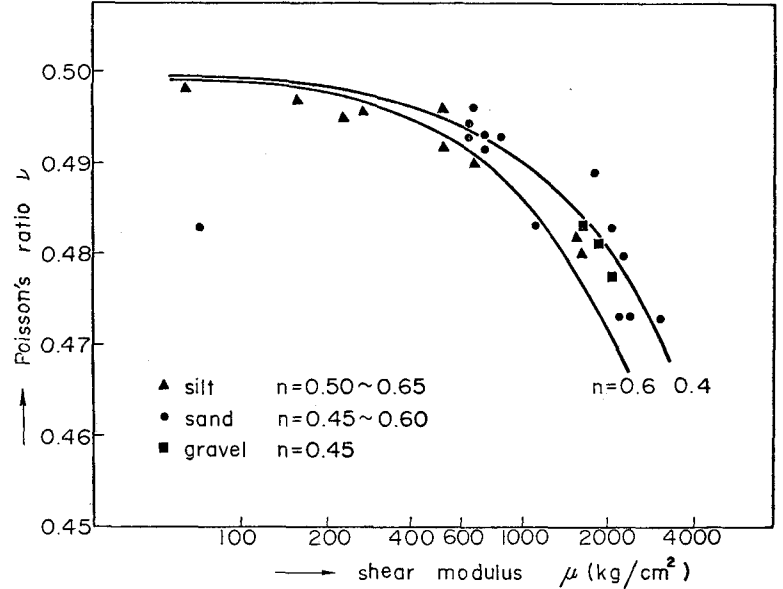


図1 ポアソン比と剛性率との関係

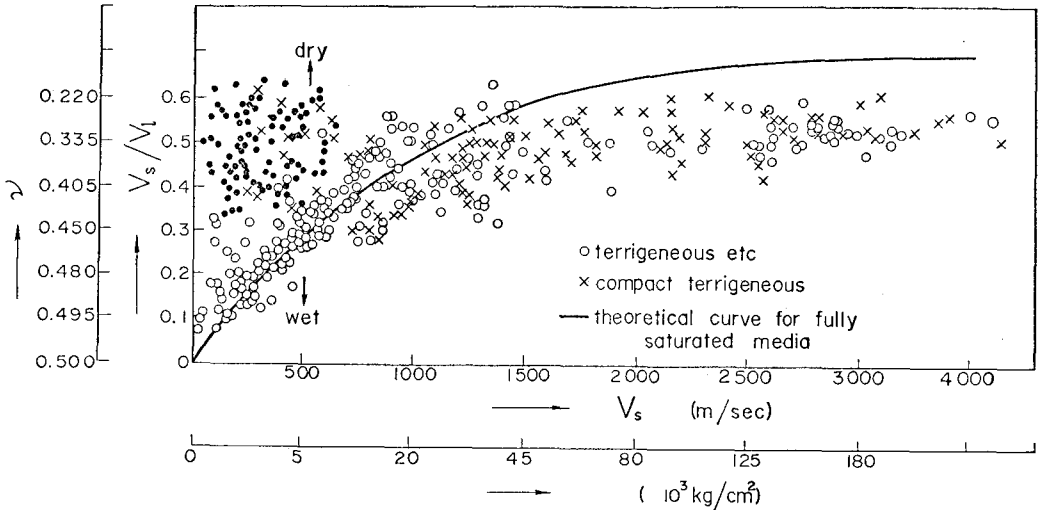


図2 ポアソン比と剛性率との関係

謝辞

弾性波速度のデータを提供され、かつ、有益な助言をいただいた東大地震研究所の太田裕助教授に感謝の意を表明したい。

参考文献

- 1) K. Ishihara: "On the Longitudinal Wave Velocity and Poisson's Ratio in Saturated Soils", Proc. 4th Asian Regional Conf. on Soil Mech. & Found. Eng. (1971)
- 2) 太田裕: "S波の発生とその利用", 最近における物理探査の進歩, 20周年記念 (1969)