III-42　杭基礎の動的地盤反力係数の計算

東京大学地震研究所　正会員　○伯野　元彦
東京工業大学大学院　　　白砂　健
住友建設K.K.　　　本間　秀世

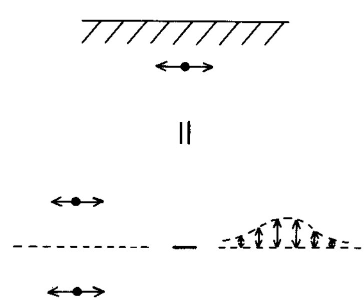
1、　はじめに

既に数年前の年次講演会において発表したように，筆者の一人は半無限弾性体中の一点加振解を求め，その解から地盤反力係数を求めて，地中構造物の動的応答を求める方法を提案したが，一点加振解を求める計算のうち，表面波による寄与の項が複素無限積分となり，その数値計算量が莫大なものとなっていた。　　本研究では，一点加振解に占める実体波と表面波による寄与の仕方を数値計算結果から種々検討した結果，表面波による寄与率はせいぜい1％程度のものであってこれを無視しても差支えないとの結論に達し，実体波のみによる計算を行えばよいことがわかった。

その結果，計算はかなり容易となり，半無限弾性体と仮定した場合，深さ方向に弾性係数は変化しなくても，地盤反力係数は深さとともに増加し一定値に収束すること等がわかった。

2.　表面波成分の寄与率

一点加振解は既に発表したように，全無限弾性体中の一点加振解（既に求まっている，Lamb）を地表面を対称面として鏡像関係になるように配置し，そうして仮想地表面に生じた直応力成分を，その解から差引いてやればよい。（図－1参照）



(a)　　　(b)

図－1　地中一点加振解解法

その直応力成分を差引くためには，半無限弾性体表面に直応力成分と逆符号の直応力を加えてやればよいことになる。　　さて，地表面にPという鉛直方向一点加振を行った場合の地中の半径方向変位 U_r は次式で示される。

$$U_r = \frac{P}{2\pi\mu}\int_0^\infty \left\{(2\xi^2-k^2)e^{-\alpha z} - 2\alpha\beta e^{-\beta z}\right\}\frac{\xi^2 J_1(\xi r)}{F(\xi)}\,d\xi$$

こゝに　$F(\xi) = (2\xi^2-k^2)^2 - 4\sqrt{(\xi^2-h^2)(\xi^2-k^2)}\,\xi^2$　　（レーレー関数と呼ばれる）

$F(\xi)$ は0となることもあり得，　U_r は結局複素積分となってしまう。
この計算は z が小さい場合，すなわち，地表面から浅い位置での U_r を求める場合，収束が悪く大変な計算量となってしまう。

兎にも角にも，次頁の表－1は，地中の一点加振点 i から杭の半径だけ離れた位置 j における水平方向変位 δ_{ij} の一例を示したもので，左欄が厳密解，右欄が表面波の影響を除いた解である。
表から知られることは，表面波の影響は非常に小さいということである。

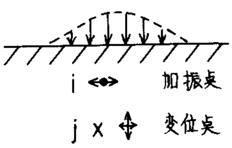
この表の変位を計算するに際して採用したデータは，加振点深さ1m，S波速度 100m/sec ポアソン比 0.3，振動数 2Hz 等である。

$\delta_{11}\times10^{4}$(cm)		$\delta_{12}\times10^{4}$		$\delta_{13}\times10^{4}$		$\delta_{11}\times10^{4}$		$\delta_{12}\times10^{4}$		$\delta_{13}\times10^{4}$	
実部	虚部	実部	虚部	実部	虚部	実部	虚部	実部	虚部	実部	虚部
16.0	−1.0	2.6	−0.97	1.1	−0.92	16.0	−0.99	2.6	−0.97	1.0	−0.92
$\delta_{14}\times10^{4}$		$\delta_{15}\times10^{5}$		$\delta_{16}\times10^{5}$		$\delta_{14}\times10^{4}$		$\delta_{15}\times10^{4}$		$\delta_{16}\times10^{5}$	
0.45	−0.83	0.11	−0.72	−0.12	−0.59	0.45	−0.84	0.10	−0.72	−0.12	−0.59
厳密解						表面波の影響なし					

表－1　変位マトリックスの比較

このことは図－2のポンチ絵からも理解されるところである。

地表面に垂直な応力を加えたとき，地中においても，載荷点の直下近くでは，上下方向の変位が水平方向のそれに比べて，はるかに大きいことは当然である。　しかるに，杭などの水平地盤反力を求めるためには，水平方向変位が必要なので，地表面に鉛直方向に加わる振動応力による寄与率は小さくなるのが当り前のことなのである。



図－2

勿論，地中構造物が上下方向地中地盤反力を必要とする場合（たとえば斜め杭の場合）には，表面波の影響も無視できなくなるものと思われる。

3.　水平方向地中地盤反力係数

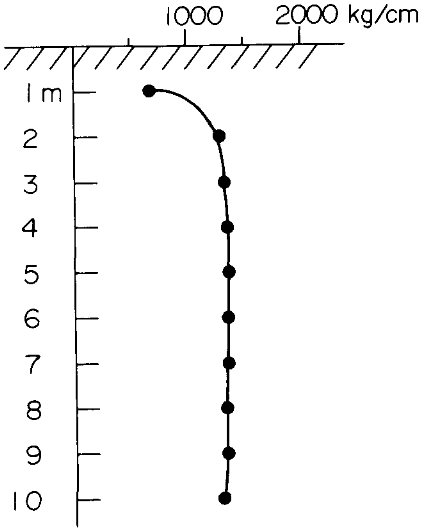
このように表面波の影響を無視することができれば，全無限弾性体中の一点水平加振解水平変位 u は，加振点からの水平距離 z，鉛直距離 r として次式のように Lamb によって求められているので，表面波の影響を除いた地中任意点の変位は図－1(a)のように解を重ね合わせることによって求まる。

$$u=\frac{P}{2\pi f^{2}\rho}\left[\frac{e^{-i\kappa r}}{r^{2}}\left\{i\kappa+\frac{1}{r}(1+\kappa^{2}z^{2})-\frac{3i\kappa z^{3}}{r^{2}}-\frac{3z^{2}}{r^{3}}\right\}\right.$$

$$\left.-\frac{e^{-ikr}}{r^{2}}\left\{ik+\frac{1}{r}(1+k^{2}z^{2})-\frac{3ikz^{3}}{r^{2}}-\frac{3z^{2}}{r^{3}}-rk^{2}\right\}\right]$$

このようにして求められた変位マトリックスの逆マトリックスをとることにより，地盤の地中反力マトリックス，すなわち，スティフネスマトリックスを求めることができる。　得られた対角要素を図示すると，図－3のように地表面が最も小さく，深くなるとほとんど一定値を示すようになる。

なお，当日までには，杭基礎からのエネルギ減衰の考察なども完了している予定である。



図－3　地中の地盤反力係数

参考文献

H. Lamb ; On the Propagation of Tremors over the Surface of an Elastic Solid, Philoso. Trans. A, vol 203 1904