

### III-21 三軸圧縮における砂の応力-歪特性(第二報)

東京大学工学部大学院 龍岡文夫

§まえがき 第一報では、平均主応力一定の応力経路における体積、せん断歪特性によばず間隙比、拘束圧の影響について報告した。ここでは、砂のような塑性変形をする物質で問題となり、変形特性におよぼす応力経路の影響について、非排水せん断特性と、排水せん断特性の関連について報告する。

§実験方法 装置、資料については第一報を参照されたい。実験は、次の5つの条件の元で行われた。(以下、全応力は $\sigma_1, p, \dots$ 、有効応力は $\sigma'_1, p' \dots$ と記す。)

実験(1)  $\sigma'_3$ 一定、 $\sigma'_1$ 増加排水試験。歪制御、軸歪速度0.24%/分

実験(2)  $p = \frac{1}{3}(\sigma'_1 + 2\sigma'_3)$ 一定、 $\delta = \sigma'_1 - \sigma'_3$ 増加排水試験。応力制御。

$$\Delta(\delta/p) = 0.075.$$

実験(3)  $\sigma'_1$ 一定、 $\sigma'_3$ 減少排水試験。応力制御。 $\Delta(\delta/p) = 0.075$ 。

実験(4)  $\sigma'_3$ 一定、 $\sigma'_1$ 増加非排水試験。歪制御、軸歪速度0.24%/分

実験(5)  $\delta/p$ 一定、 $\sigma'_1$ 増加排水試験。(等方、異方圧密) 応力制御。

図-1は、実験(1)～(5)の応力経路の概念図である。実験は、供試体作製時に、できるだけ loose を状態と、dense を状態を作り出して、それそれについて、実験(1)～(5)を行った。圧密終了後、せん断開始時の間隙比  $e_{initial}$  と、拘束圧  $\sigma'_3$  の関係は表-1に示してある。

§破壊値 応力比の最大値  $(\delta/p)_{max}$  は、 $p'$  の増加に従って若干減るが、実験(1)～(4)の間では応力経路による差はないようである。

$(\delta/p)_{max}$  は、loose で 1.5～1.55, dense で 1.8～1.95である。(図-9)

§体積変化特性 粘土のせん断、圧密時の体積変化と有効応力変化の関係を統一的に表現するのに有効な方法として、 $(p', \delta, e)$ 空間における state surface 概念が提案されている。砂においては、どうであろうか。 $p-e$ 面上の同一の圧密曲線から出発した、様々な応力条件を持つ実験の $(p', \delta, e)$ 空間における state path (空間曲線)が、その圧密曲線に対して一義的な state surface (空間曲面)を形成しているならば、

$\delta/p$ -一定平面と、それそれの state path の交点の、 $p-e$ 平面、 $\delta-e$ 平面への投影点(図-2参照)は、全て同一曲線上に載るはずである。それを検証するために、まず“loose, dense”をそれぞれにおいて、点( $p' = \sigma'_3$ ,  $e_{initial}$ )が全て1つの圧密曲線上にありと仮定する。実際には、これらの点は圧密曲線から、loose で最大  $\Delta e = \pm 3\%$ , dense で最大  $\Delta e = \pm 2\%$  のばらつきがある。しかし、間隙比のこの程度の変化による変形特性変化は、小さいであろうと仮定する。実験(1)～(4)の、loose と dense の、各  $\sigma'_3$  の state path と、loose の場合は  $\delta/p = 1.3$  平面と、dense の場合は  $\delta/p = 1.5$  平面との交

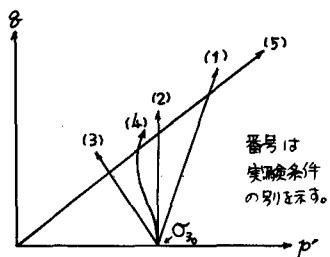


図-1 応力経路

	0.5	1	2	3
初期	76.9 79.3	76.6 74.9	75.0 74.7	73.5 75.1
(1)				
(2)				
(3)				
(4)				
(5)				

	0	0.5	1.0	1.5	1.8	2.0
LOOSE	82.4 54.5	81.2 53.7	82.6 53.4	80.4 53.4	79.0 52.2	78.6 51.3
DENSE						

表-1.  $e_{initial}$  ~  $\sigma'_3$  (%)

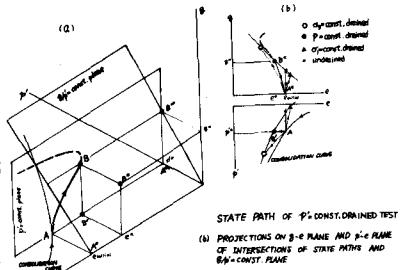


図-2 STATE PATH

STATE PATH OF  $p' = \text{const.}$  DRAINED TEST  
(b) PROJECTIONS ON  $\delta-e$  PLANE AND  $p'-e$  PLANE OF INTERSECTIONS OF STATE PATHS AND  $\delta=p'=\text{const.}$  PLANE

点の  $p'-e$  面、  $g-e$  面への投影点は、 図-3(a), (b), (c), (d) に示してある。いずれも、投影点が同一曲線上にあるとは言い難い。他の  $\delta p'$  の値に対しても全く同様である。しかし、図-3の投影点の  $\delta p'$  は、一定の傾向を持つことから、次のような操作をすることにより、全ての投影点を、  $p'-e$ ,  $g-e$  面上で、一つの曲線上に載せることができることができる。図-3で、同じ初期拘束圧  $\delta p'$  から出発した実験(1)～(4)の投影点は、それを  $\delta p'_0$  に対して一定の曲線上に並んでいると言える。そこで、この曲線が直線的に得られるように、  $p'-e$  面上で、  $e_{initial}$  の値を若干変えて、  $(\delta p'_0, e_{initial})$  点を次々にずらすことにより、同じ  $\delta p'$  の時の、全ての投影点が  $p'-e$ ,  $g-e$  面上で、それを同一曲線上に載るようにすることができる。この時、  $e_{initial}$  は、 loose で最大  $\Delta e = 1.5\%$ , dense で最大  $\Delta e = 0.5\%$  変化させることになる。このように定めた、  $p'-e$  面上で、  $(\delta p'_0, e_{initial})$  点を連続させて曲線(図-5の  $\delta p' = 0$ -line)を、 loose, dense で、それを同一曲線上に定めると、①-loose の場合でも、 dense の場合でも、②-全ての  $\delta p'$  の値に対して、③- $p'-e$  面でも、  $g-e$  面でも、④-実験(1)～(4)の投影点がそれを  $\delta p'$  に対して、  $p'-e$ ,  $g-e$  面上で、一つの曲線上に載る。図-4には、 loose の場合で  $\delta p' = 0.5, 1.3$ , dense の場合で  $\delta p' = 0.5, 1.5$  の時の投影点の作る曲線が示してある。後で、少なくとも  $(\delta p')_{max}$  は至る前の変形において、図-5に示してあるように  $\delta p' = 0$ -line から出発する実験(1)～(4)の範囲の応力条件の作る state path は、  $(p', g, e)$  空間で、一義的な state surface 群を形成していることが推定される。

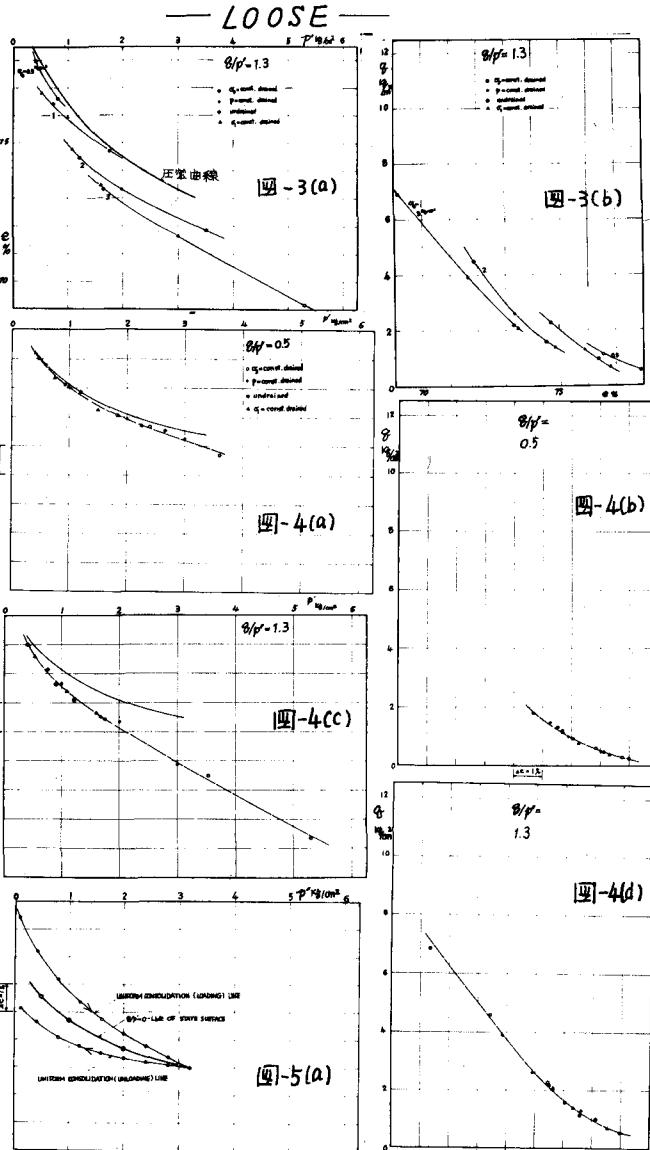


図-3 压密曲線を元にした state path の、  $\delta p' = 0$  平面との交点の投影点 (a)(b) loose, (c)(d) dense)

図-4 上記 state path の state surface を作るようにしてした際の、各実験条件における state path の投影点の作る曲線 (a)～(d) loose, (e)～(h) dense)

図-5 上記 state surface と  $\delta p' = 0$  line と、压密曲線 (載荷, 及び除荷) の関係

図-6 説明のための図 (図中記号: ○ $\sigma_3$ -一定排水, ●  $\gamma$ -一定排水, ▲  $\sigma_1$ -一定排水, ◎ 非排水)

一方、実験(5)の  $\delta/\rho$ 一定の、等方圧密試験の結果は、loose  $c' = 0$  dense  $c' \neq 0$ ,  $\delta/\rho_{\text{max}} (\delta/\rho)_{\text{max}} = 1$  に近い値でなければ、 $\sigma - e$  面上の圧密曲線は、 $\delta/\rho$  の値によらずに、ほぼ平行関係にある。(図省略) 従て、等方圧密曲線と、state surface or  $\delta/\rho = 0$ -line の関係が図-5のような関係であるとかく、実験(1)～(4)の全ての応力条件に対して、一義的な state surface 群が存在するとは疑問である。

— DENSE —

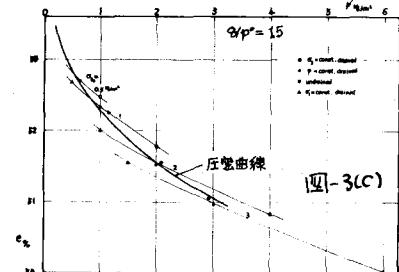


図-3(c)

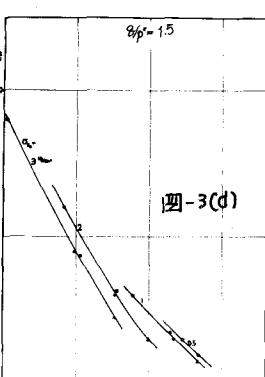


図-3(d)

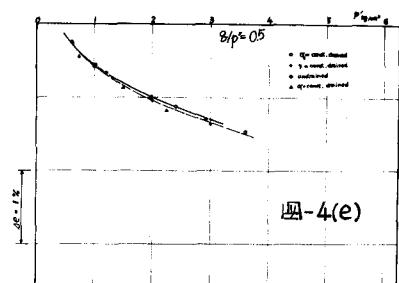


図-4(e)

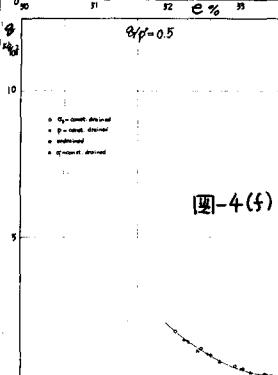


図-4(f)

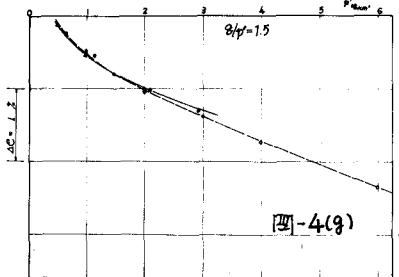


図-4(g)

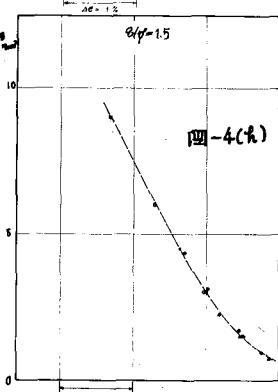
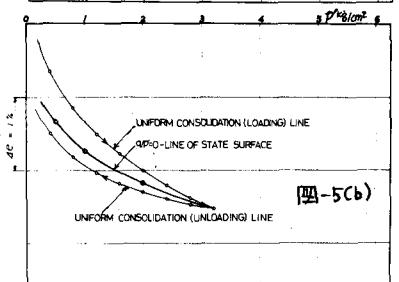


図-4(h)



UNIFORM CONSOLIDATION (LOADING LINE)  
UNIFORM CONSOLIDATION (UNLOADING LINE)

図-5(b)

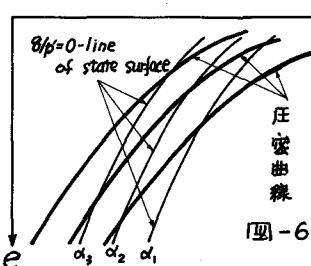


図-6

図-5から、このような state surface 群の  $\delta/\rho = 0$ -line と、等方圧密曲線群の関係は図-6のようになると想定され、圧密曲線は次々とこの  $\delta/\rho = 0$ -line を横切ってゆくことになり、この line を  $\alpha$  と  $\alpha = \alpha(p', g, d)$  を用いてあらわせば、state surface 群は

$$f(p', g, e, \alpha) = 0 \quad (1)$$

とあらわせよう。(1)式が定まれば、 $\alpha$  と応力条件(たとえば、 $\sigma_3$ 一定 or 増加排水試験では  $d\sigma/dp = 1/3$ )、あるいは排水条件(非排水試験では  $de = 0$ )を与えれば、体積変化～応力関係式、あるいは、有効応力経路が与えられよう。

この state surface の形は、次のようである。第一報の  $\sigma'$ 一定排水試験の  $\delta/\rho \sim e$  図は、state surface と  $p'$ -一定平面との交線の形を示しており、非排水試験の有効応力経路(図-7)は、state surface と、 $e$ -一定平面の交線の形を示している。

せん断歪特性 実験(1)～(4)で、せん断によって、同じせん断歪  $\gamma = e_1 - e_3$  の値 (loose  $c' \gamma = 3\%$ , dense  $c' \gamma = 2\%$ ) を示す ( $\delta/\rho, \gamma$ ) の点を  $\delta/\rho - p'$  面上にプロットしたのが図-8である。これによると、この実験の範囲では、 $\delta/\rho = 0$  の状態から、砂かせん断を受け正時、 $\gamma, \delta/\rho$  の値が求めれば、 $\gamma$  の値は決ることになる。図-9はこれらの等々線をまとめたものである。

従て、次のことが言えるであろう。

- ① 実験(1)～(4)の範囲では、せん断歪は応力と  $\alpha(p', g, d)$  の関数  $\gamma = g(p', g, d)$  とあらわせ、これは図-9の形をしてなることから、 $dg/dg = h_1(p', g, dp', dg, d)$  あるいは、

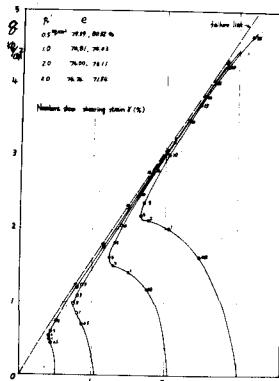


図-7(a) looseの場合の  
非排水試験応力経路

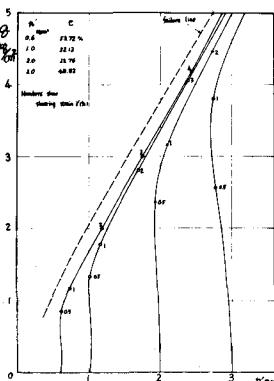


図-7(b) denseの場合の  
非排水試験応力経路

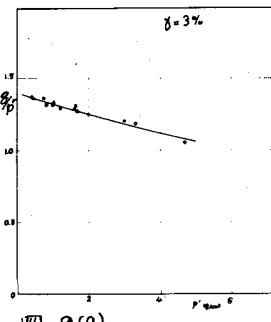


図-8(a)

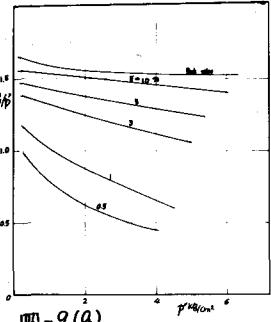


図-9(a)

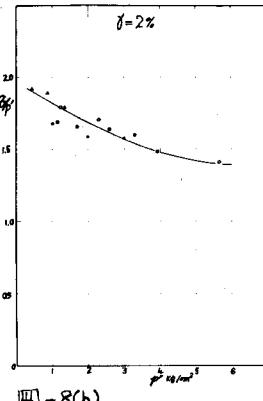


図-8(b)

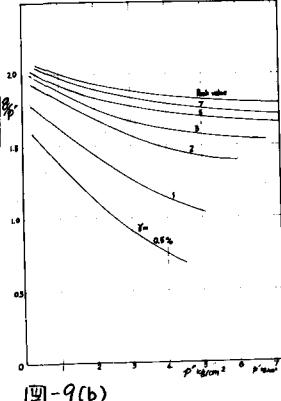


図-9(b)

図-8, 実験(1)～(4)のデータ (a) loose  $\gamma=3\%$  (b) dense  $\gamma=2\%$

図-9. 等ひ線 (a) loose, (b) dense)

$d\delta/d(\delta/p) = f_2(p, \delta, dp, d\delta, d)$  となり,  $d\delta/d\delta$ ,  $d\delta/d(\delta/p)$  のような変形係数は、応力値のみならず、応力経路のとり方によることになる。図-9から、この場合は、 $dp/d\delta$  の大きい応力経路をとる程、 $d\delta/d\delta$  は小さく、 $d\delta/d(\delta/p)$  は大きい。

② 実験(1)～(4)と、等方圧密 ( $d\delta=0$  とする)の範囲では、 $\gamma$  は応力経路のとり方によらない。しかし、異方圧密を含めた範囲では、そうは言えないようである。(図省略)

まとめ ① 実験(1)～(4)の範囲では、砂の場合でも、( $p, \delta, e$ )空間で、様々な応力条件を持つ排水試験における体積変化と、非排水試験における有効応力変化を、統一的に表現するのに、state surface 概念是有効ではあるか、等方、異方圧密の場合を含めると、一義的 state surface 線の存在は疑問である。② 実験(1)～(4)の範囲では、せん断開始時を  $\gamma=0$  とすると、 $\delta/p - p^*$  (or  $\delta - p^*$ ) 面での、応力経路のとり方によらない等ひ線が存在し、変形係数  $d\delta/d\delta$ ,  $d\delta/d(\delta/p)$  は、応力経路のとり方による値となる。③ さて、第一報で報告した「 $\gamma$ -一定排水試験における、破壊に至る前の変形特性は 2 段階に大別できる」とは、他の応力経路についても適用でき、 $\gamma$  の小さな第一段階では、収縮性が大きい( $\gamma$ -一定排水、 $\gamma$ -一定排水)か、膨張性が小さく( $\gamma$ -一定排水)か、 $\gamma$  は減少(非排水)、せん断歪は少なく、第二段階では、膨張性も大きくなる(排水)か、 $\gamma$  が増大(非排水)、せん断歪も増加が著しくなる。④ あとがき 砂の一般的応力歪関係を定める塑性論的研究の流れは大別すると 2 つある。1つは、何らかの方法で yield criterion を定め、normality を用いて応力-歪増分式を定める方法。2つは、何らかの方法で flow rule を定め、normality を用いて、並に yield criterion を定めようとする方法。筆者の研究も今後の課題として、これとの結びつきを追求する必要があるであろう。最後に、本研究を進めるにあたって、必ず御指導して下さった、最上教授、石原助教授、又に実験と討論を行った、渡辺徹君(現鉄道省)、福田実(現建設省)に感謝いたします。

参考文献 (1) 龍岡文夫 “三軸圧縮における砂の応力-歪特性” 第6回土質工学研究発表会発表講演集 P.205～P.208