

III-7 帯状荷重による二次元圧密の計算

京都大学工学部 正 島昭治郎

同 正 太田秀樹

同 学 金氏 真

1. はじめに

地盤に帯状荷重がかかったような場合の即時沈下（即時変形）と、総じておこる圧密現象によって生じる圧密沈下（圧密変形）とを計算してみたので報告する。従来このような問題に対して首尾一貫した解を与える理論としておぼろげに述べられていた圧密理論は、いまだ未だ確立されておらず、むしろ地盤を弾性体として仮定することには相当の無理が感じられる場合が少なくない。特に地盤の変形に關しては精度上の問題があるように思われる。このため最近非線型の応力-ひずみ関係にもとづいて、有限要素法なども用いて計算することがよく試みられている。このように、いまだ境界値問題と数値的に解けば、原理的にはどのような変形問題も解けることになっている。そこで報告する計算法はこれら両者の中間的なものであるといえよう。

2. 計算モデル

正統粘土地盤上に帯状荷重が載荷された場合をとりあげた。ただし、地表の正統粘土は最底には強度が全くないことにする。また、地表から1mだけ sand mat に置き換えておいたことにした。また砂層の力学的性状は全く考慮せず、ただ単に粘土地盤の变形に追随するものと仮定した。

モデルの諸元は図-1の通りである。

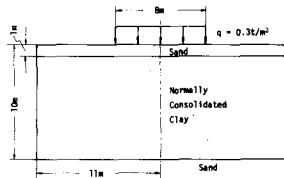


図-1 計算モデル

3. 応力分布

載荷される前の粘土地盤は自重により K_0 圧密されているから、初期応力分布は次式で与えられる。

$$\sigma_y = \rho y, \quad \sigma_x = K_0 \sigma_y = K_0 \rho y \quad (1)$$

ここで x, y はそれぞれ水平方向と鉛直方向を表わし、 ρ は浮力を考慮した粘土の単位体積重量、 K_0 は静止土圧係数である。帯状荷重によって半無限等質弾性地盤内に生じる応力分布は弾性論によれば次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma_y &= \frac{q}{\pi} (2\epsilon + \sin 2\epsilon \cos 2\psi) \\ \sigma_x &= \frac{q}{\pi} (2\epsilon - \sin 2\epsilon \cos 2\psi) \\ \tau_{xy} &= \frac{q}{\pi} \sin 2\epsilon \sin 2\psi \end{aligned} \quad (2)$$

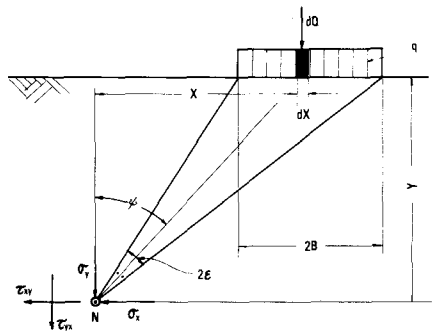


図-2 弾性理論による応力分布
(土力学(新4)による)

ここで q は荷重であり、 ϵ は図-2に示されるとおりである。(2)式によって与えられる応力分布は

地盤の弾性定数に無関係である。ここに地盤内応力として(1)、(2)式の和を与えることにすると、一応応力分布が求められる。ここで平面いすみの下の近似の応力条件として、中間主応力が平均主応力に等しいとおけば、地盤の任意の点での八面体全応力が求められる。

4. 地盤内有効応力分布 (即時)

異方圧密された正規圧密粘土を非排水条件のもとでせん断すると、有効応力状態は次式に従う。

$$\sigma_{oct} = k \sigma'_m + \frac{\lambda}{(1+e_0)\mu} \sigma'_m \ln \frac{\sigma'_m}{\sigma'_{m0}} \quad (3)$$

ここで λ は粘土の圧縮定数であり、 σ'_{m0} は圧密圧力である。異方圧密されたときの間げき比が e_0 であるとする。また異方圧密のときの σ_{oct}/σ'_m の比が k である。(3)式の横号の上は active state (σ_{oct}/σ'_m がより増大する方向に応力が増えたとする)を示し、下は passive state ($\sigma_{oct}/\sigma'_m < k$ の場合)を示す。(3)式の σ_{oct} は全応力・有効応力表示によって差がなければ、(2)式から一意的に定まる σ'_m との差をとることによって、任意の点の間げき水圧が求まる。このようにして計算した間げき水圧分布が図-3のようである。

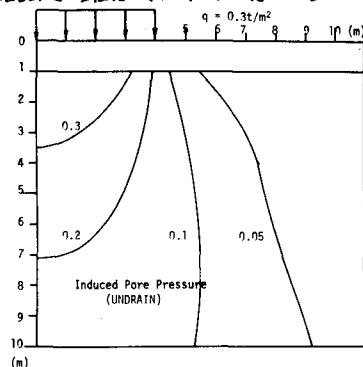


図-3 間げき水圧分布

5. 応力-ひずみ関係

正規圧密粘土に対する応力-ひずみ関係は一般に次のような微分方程式で与えられる。

$$d\epsilon_{ij} = \frac{\mu}{3\sigma'_m} \left[\left\{ \frac{\lambda - \kappa}{(1+e_0)\mu} + \frac{\sigma_{oct}}{\sigma'_m} \right\} \delta_{ij} \pm \frac{1}{\sigma_{oct}} (\sigma'_{ij} - \sigma'_m \delta_{ij}) \right] \left[d\sigma'_m \pm \frac{d\sigma_{oct}}{\frac{\lambda - \kappa}{(1+e_0)\mu} + \frac{\sigma_{oct}}{\sigma'_m}} \right] + \frac{\kappa}{3\sigma'_m} \frac{d\sigma'_m}{1+e_i} \delta_{ij} \quad (4)$$

したがって、 q の帯状荷重をかけたときの地盤のひずみを計算するには載荷の履歴に沿って(4)式を積分しなければならない。ここで q を 100 にわけ、 $q/100$ に載荷することによって生じる微小ひずみを(4)式から求めるという方法をくり返すことによって数値積分を行った。このようにして求めたひずみの分布は図-4、5のようである。これをこの計算に用いた工定数は

$$\begin{aligned} p &= 0.63 \text{ t/m}^2 \\ \lambda &= 0.31, \quad \kappa = 0.11 \\ \mu &= 0.12, \quad k_0 = 0.5 \\ &\quad (k = 0.35) \end{aligned}$$

である

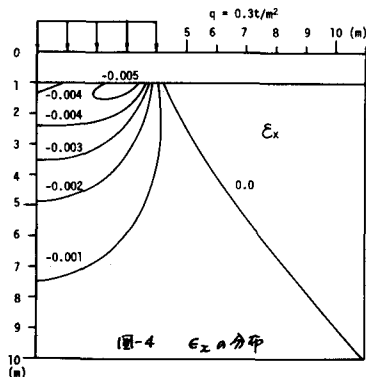


図-4 ϵ_x の分布

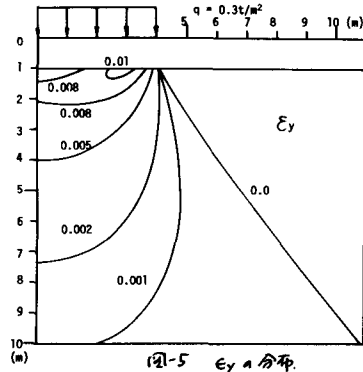


図-5 ϵ_y の分布

6. 即時変形

求められたはずみの分布から、地盤中の各点の歪を計算すると、即時変形が求められる。このような例が図-5に示されている。これは、いわゆる側方流動と云うべきもので、粘土の流動の様相はおおむね妥当なものであろうと思われる。載荷直後の即時変形を非線形応力-ひずみ関係のもとで有限要素法などを用いて解くという例を見ても、流動の傾向は図-5と類似している。

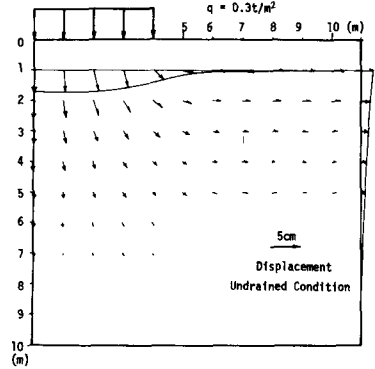


図-5 即時変形

7. 圧密理論

三次元圧密のための基礎方程式は、正規圧密粘土に対しては、

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_x}{\rho_w} \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k_y}{\rho_w} \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k_z}{\rho_w} \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{1}{\sigma_m - u} \left[-\frac{\lambda}{1+e_0} \pm \mu \frac{T_{oct}}{\sigma_m - u} \right] \frac{\partial u}{\partial t} \quad (5)$$

k_x, k_y, k_z が一定であると、また2次元問題であるとすると、(5)式は簡略化されて、

$$-\frac{k}{\rho_w} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{k}{\rho_w} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\sigma_m - u} \left[-\frac{\lambda}{1+e_0} \pm \mu \frac{T_{oct}}{\sigma_m - u} \right] \frac{\partial u}{\partial t} \quad (6)$$

これを図-3のような初期条件と、両面排水という境界条件のもとに数値的に解けばよい。

8. 間げき水圧の消散過程

(6)式を差分的に解くと間げき水圧の消散過程を追跡することが出来る。計算に用いる時間間隔 Δt は十分に小さく3方が有利にみえるが、実際には各位置に於て間げき水圧の消散の様相が異なるので、等間隔の方がよい。ここでは $\Delta t = 10$ 日にとった。図-7は荷重の真下の点と、荷重端の真下の点の間げき水圧の深さ方向の分布とその経時変化を示している。図-3からわかることであるが、荷重中心の真下では荷重 $q = 0.3t/m^2$ より大きな間げき水圧が生じている。

これはダイレイタンシーの影響が強いからである。また従来の一次元圧密の考え方は、荷重真下の間げき水圧は $0.3t/m^2$ の等分布に過ぎず、ここでは

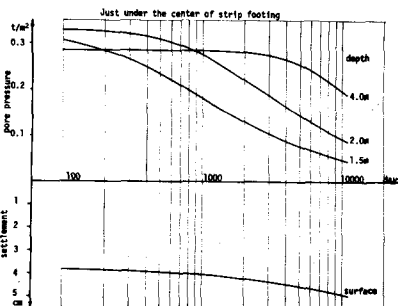


図-8 荷重中心真下の間げき水圧

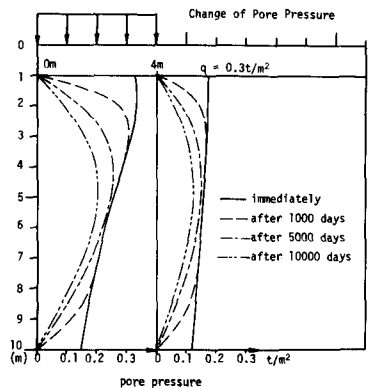


図-7 間げき水圧分布の経時変化

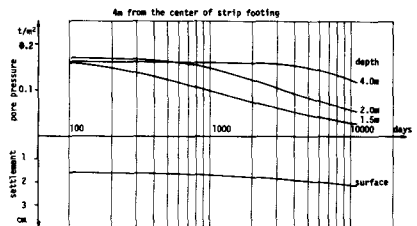


図-9 荷重端の下の間げき水圧

同じき水圧分布になつてゐることが注目される。図-8、図-9は、荷重中心と、荷重端の下の土の同じき水圧の経時変化と地表の沈下量の経時変化が示されてゐる。排水層に近いところは消散が早くすすんでゐることがわかることは、経時沈下（圧沈沈下）よりも即時沈下の方がはるかに大きい値を示すことが明らかである。

9. 変形の経時変化について

ひずみの経時変化は、正規圧縮土に對しては

$$\frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial t} = \frac{\mu}{3\sigma_m'} \left[\left\{ \frac{\lambda}{(1+e_0)\mu} + \frac{T_{test}}{\sigma_m'} \right\} \delta_{ij} \pm \frac{1}{T_{test}} (\sigma_{ij}' - \sigma_m' \delta_{ij}') \right] \frac{\partial \sigma_m'}{\partial t} \quad (7)$$

で与えられる。これを以て $\partial u / \partial t$ が求められてゐるから、結局 $\partial \sigma_m' / \partial t$ と σ_m' が求まつてゐることになる。従つて、(7)式よりひずみの経時変化が計算されるから、前と同様の方法により、変形の経時変化が求められる。図-10 は 10000 日後の変形を示したものである。図-6 と比較すると、載荷直後に側方に押し出された粘土が、荷重の下の部分の水がしぼり出されるにつれて、再びもとゝ位置に向つて戻つてゐる様子が理解される。ただし、この場合、せん断ひずみは時間とともに増大してゐることに注意を要する。また図-6 と 10 との比較から、即時沈下の方が圧沈下よりも大きい通じであることも理解される。このことは、一般的方向向であるとはいへないがもしも然らば、サンドドレーンの効果について沈下と強度増大の 2 つにわけ、前者にはあまり効果が無いが後者には効果があるとする意見を支持してゐるのうに見える。

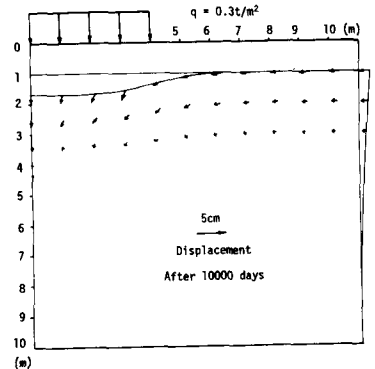


図-10 10000 日後の変形

10. あとがき

二次元的な特性、たとえばダイラタンシーやせん断変形を考慮した変形理論・圧縮理論の必要性は従来から指摘されてゐたが、粘土の力学的挙動とある程度一般的に表現できる構成方程式をもとにしたものばかりだと思われる。

ここで報告した計算は、まづ極めて簡単なモデルに對するものであり、直ちに複雑な実際の地盤に適用するには、ある程度の技術的工夫が必要とする。今後、実際の現場での変形などと比較したりする機会にあつてくれれば、そのよう工夫できると思われる。