

京都大学工学部 正員 井上頼輝, 正員 青山 勲
東京電力 正員 古川 進

I. はじめに

前回筆者らは、水産生物による放射性物質の濃縮過程を時系列変動としてとらえ、マルコフ連鎖過程を適用し、環境水の核種濃度が一定の場合に、生体内の濃度分布を予測できることを示した。今回は、より一般化することと、従来の決論的モデルとの結合とを考慮して、さらに濃度分布がポアソン分布に従うことから、前回と同様に、濃縮過程のマルコフ性を仮定して、確率過程の一つである出生死滅過程の適用により、濃縮過程の動力学的機構の現象面での一般的把握を試みた。

II. 理論的検討

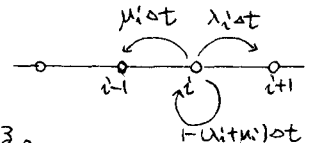
水産生物による放射性核種の濃縮パターンは、平均的には指数関数モデルによって近似される。これは「核種は環境水濃度に比例した一定の割合で、生物体内の組織、器官に摂取され、そこからの生物学的な排泄は体内濃度に比例する」との仮定にたつものである。これは次式のように表示される。

$$\frac{dx(t)}{dt} = \lambda c(t) - (\mu + \Gamma)x(t) \dots (1)$$

$x(t)$: 核種の体内濃度 $c(t)$: 環境水濃度
 λ : 摂取速度定数, μ : 排泄速度定数, Γ : 崩壊定数

この λ , μ には不確定な要素があり、実際の体内濃度は一定の分布形をなす。そこで、体内濃度を適当な中 n で置き、順番に汚染段階 $\{i=0, 1, 2, \dots\}$ を状態空間とする離散的な時点 $t_0=t_1, t_2, \dots$ についての濃縮係数の頻度分布の確率過程を考える。今、ある時刻 t における汚染段階 i である存在確率 $P_i\{x(t)=i\}=P_i(t)$ と表わす。微小時間 Δt の間に汚染段階 i が変化する確率を次のように考える。

- (1) 時刻 t で水産生物が汚染段階 i にある時、微小時間 $(t, t+\Delta t)$ の間に状態 $i+1$ に移る確率は $\lambda_i \Delta t + O(\Delta t)$ である。
- (2) 同様に状態 $i-1$ に移る確率は $\mu_i \Delta t + O(\Delta t)$ である。
- (3) 隣り以外の汚染段階に移る確率は $O(\Delta t)$ である。
- (4) したがって変化のおこらない確率は $1 - (\lambda_i + \mu_i) \Delta t + O(\Delta t)$ である。



上の仮定によって、時刻 $t+\Delta t$ に汚染段階 i に存在する確率は次のように表わされる。

$$P_i(t+\Delta t) = \{1 - (\lambda_i + \mu_i) \Delta t\} P_i(t) + \lambda_{i-1} \Delta t P_{i-1}(t) + \mu_{i+1} \Delta t P_{i+1}(t) \dots (2)$$

$(\mu_0 = 0, \lambda_1 = 0)$

上式から $\frac{dP_i(t)}{dt} = -(\lambda_i + \mu_i) P_i(t) + \lambda_{i-1} P_{i-1}(t) + \mu_{i+1} P_{i+1}(t) \dots (3)$

また $t=0$ で汚染段階が状態 i にあるなる、初期条件は $P_j(0) = \delta_{ij}$ (δ_{ij} はクロネッカーのデルタ) ここで、 λ_i, μ_i は、それぞれ、系が状態 i にある時の単位時間当りの汚染段階の増加、減少方向の平均推移段階数を示す。(1)式と対応させて考えると、 λ_i, μ_i はそれぞれ

$$\lambda_i = \frac{\lambda c(t)}{h}, \quad \mu_i = i(\mu + \Gamma) \dots (4)$$

とおくことができる。

今、環境水濃度 C_0 が一定 C_0 で、初期条件が $P_0(0)=1$ 、すなわち、 $t=0$ で汚染段階が 0 であるときの (3) 式の解は、 $P_i(t) = \frac{\{\frac{\lambda}{\mu+r} \frac{C_0}{h} (1-e^{-\mu t})\}^i}{i!} \exp\{-\frac{\lambda}{\mu+r} \frac{C_0}{h} (1-e^{-\mu t})\}$ (5) となる。

(5) 式は $\frac{\lambda}{\mu+r} \frac{C_0}{h} (1-e^{-\mu t})$ をパラメータとするポアソン分布を表わす。(1) 式と同じ初期条件のもとで解くと (6) 式となる。すなわち、分割巾 h を環境水濃度 C_0 に等しくすると、指数関数モデルで予測される濃縮係数は (5) 式のポアソン分布のパラメータと等しくなる。また、(5) 式のポアソン分布の平均値 $m(t)$ と分散 $V(t)$ は等しく、(7) 式で表わされる。

$$\frac{X(t)}{C_0} = \frac{\lambda}{\mu+r} (1-e^{-\mu t}) \text{ (6)} \quad m(t) = V(t) = \frac{\lambda}{\mu+r} \frac{C_0}{h} (1-e^{-\mu t}) \text{ (7)}$$

環境水濃度が指数的に減少する場合、すなわち $C_0(t) = C_0 e^{-at}$ で表わされる時、同様にして

$$P_i(t) = \frac{\{\frac{\lambda}{\mu+r-a} \frac{C_0}{h} (e^{-at} - e^{-\mu t})\}^i}{i!} \exp\{-\frac{\lambda}{\mu+r-a} \frac{C_0}{h} (e^{-at} - e^{-\mu t})\} \text{ (8)}$$

$$m(t) = V(t) = \frac{\lambda}{\mu+r-a} \frac{C_0}{h} (e^{-at} - e^{-\mu t}) \text{ (9)}$$

II. 実験的検討

上に述べた確率モデルの妥当性を検討するために、市販の赤めだかを試料生物として実験した。40×40×40 (cm³) の水槽に約 40 l の水道水を入れ、放射性核種を投入して、均一に分散、溶解させる。用いたトレーサは ¹³⁷Cs, ⁹⁰Sr, ⁶⁰Co, ¹⁵⁵Eu, ²⁰³Hg である。²⁰³Hg は Phenyl Mercuric Acetate なる有機水銀化合物、他は塩化物、あるいは硝酸塩である。この水槽に数百匹の赤めだかを同時に投入して、一定期間毎にサンプリングを行い、放射能強度を測定した。1 回のサンプリングで 50~100 匹とり、測定値を各汚染段階に分類して頻度分布を求めた。なお実験期間中、餌の投与はしなかった。

IV. 実験結果および考察

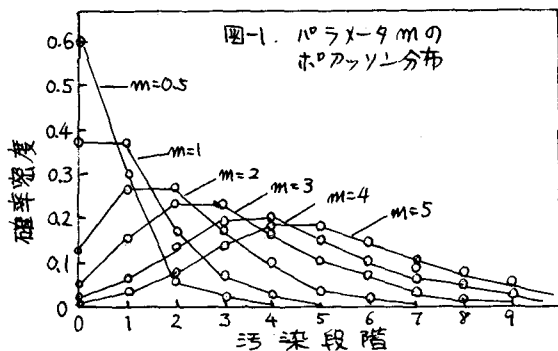
図-1 に m をパラメータにもつポアソン分布の一般的な変化を示す。実験値を (6) 式に代入して λ, μ を決め、その値を (5) 式に代入して $P_i(t)$ を、また (7) 式に代入して、分散を計算した。

表-1 には実験から得た平均値および分散と、理論計算からのポアソン分布の分散の経日変化を示す。

日	平均	分散	ポアソン分布の分散
5	2.79	3.72	2.2
10	3.76	3.70	4.3
15	5.47	5.70	6.5

これにより、確率モデルの適用が可能であると考えられる。

日	平均	分散	ポアソン分布の分散
1	1.22	1.33	1.6
9	1.88	2.95	2.6
18	2.60	1.98	2.6



日	平均	分散	ポアソン分布の分散
15	4.7	1.7	4.6
25	6.5	2.2	7.8
35	8.8	6.0	10.0

日	平均	分散	ポアソン分布の分散
2	2.8	7.4	3.8
4	4.2	6.4	5.0
10	4.8	5.5	6.0

表-1 実験値と理論値との比較