

## II-184 再浮上を考慮した矩型沈殿池の除去効率について

京大工学部 正員 内藤正明  
京大工学部 正員 芝 定孝  
京大工学部 学生員 〇上田育世

### 1. 要旨

今回筆者らは定常拡散方程式の解の近似化及び実験データに基づく数値計算結果より、新しく再浮上を考慮した矩型沈殿池の除去効率式を導いた。

### 2. 基礎方程式及び解の近似化

基礎方程式として次の1次元定常拡散方程式を無次元式に直したものを用いる。

$$\frac{1}{Pe} \frac{d^2 \eta_1}{d\xi^2} - \frac{d\eta_1}{d\xi} - \varepsilon(1-k)\eta_1 = 0 \quad (1)$$

$$\text{境界条件は } \frac{1}{Pe} \frac{d\eta_1}{d\xi} = \eta_1 - 1 \quad \text{at } \xi = 0, \quad \frac{d\eta_1}{d\xi} = 0 \quad \text{at } \xi = 1 \quad (2)$$

ここには、 $Pe = u\ell/E$ ,  $\eta_1 = \bar{c}/C_1$ ,  $\xi = x/\ell$ ,  $\varepsilon = (\ell/u)/(H/w_p)$  であり、 $E$  は流下方向拡散係数、 $u$  は池内平均流速、 $w_p$  は粒子沈降速度、 $\bar{c}$  は断面平均濃度、 $\ell$  は水深、 $C_1$  は流入濃度、 $k$  は再浮上パラメータを示す。 $k$  の物理的意味は、 $k=0$  は沈殿のみ、 $0 < k < 1$  は沈殿物質の一部が、再浮上をすることを示す。また無次元数  $\eta_1$  は沈殿物質残留率を示し、 $\varepsilon$  は理想沈殿池論における除去効率を示す。

$$K = \varepsilon(1-k), \quad \lambda_1 = \frac{1}{2} Pe \left\{ 1 + \left( 1 + 4 \frac{K}{Pe} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}, \quad \lambda_2 = \frac{1}{2} Pe \left\{ 1 - \left( 1 + 4 \frac{K}{Pe} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (3) \quad \text{と置く。}$$

それゆえ、 $\lambda_1 \lambda_2 = -Pe \cdot K$  となる。

一方、(1)式は1次元2階常微分方程式より、その解は次の如く示しうる。

$$\eta_1 = \alpha_1 \cdot \exp(\lambda_1 \xi) + \alpha_2 \cdot \exp(\lambda_2 \xi) \quad (4)$$

$$\text{ここに} \quad \alpha_1 = \frac{\lambda_2 \cdot \exp(\lambda_2)}{(\lambda_2 + K) \cdot \exp(\lambda_2) - (\lambda_1 + K) \cdot \exp(\lambda_1)}, \quad \alpha_2 = \frac{-\lambda_1 \cdot \exp(\lambda_1)}{(\lambda_2 + K) \cdot \exp(\lambda_2) - (\lambda_1 + K) \cdot \exp(\lambda_1)} \quad (5)$$

$$\text{また} \quad \left( 1 + 4 \frac{K}{Pe} \right)^{\frac{1}{2}} = 1 + 2 \frac{K}{Pe} - 2 \left( \frac{K}{Pe} \right)^2 + \dots$$

となり、第3項以降は第1、第2項に比して無視しうる。結局近似的に次の如く表現出来る。

$$\left( 1 + 4 \frac{K}{Pe} \right)^{\frac{1}{2}} = 1 + 2 \frac{K}{Pe} \quad (6)$$

$$(6) \text{式を使うと、} \lambda_1 = Pe + K, \quad \lambda_2 = -K \quad (7) \quad \text{となる。}$$

沈殿池の除去効率を考える場合、 $\xi = 1$  とすることは妥当である。(5)に(7)を代入し(4)を整理すると、

$$\eta_1 = \frac{K \cdot \exp(\lambda_2)}{Pe + 2K} + \frac{(Pe + K) \exp(\lambda_2)}{Pe + 2K} = \exp(\lambda_2) \quad (8)$$

$$\exp(\lambda_2) = 1 + \lambda_2 + \frac{(\lambda_2)^2}{2!} + \dots = 1 - k + \frac{k^2}{2} - \dots$$

となり、上式の第3項以降は第1, 2項に比し無視しうる。結局(8)式は次の如く近似できる。

$$\eta_1 = 1 - k \quad (9)$$

$\eta_1$  は沈殿物質残留率を示しているゆえに、除去効率( $\eta$ )は次の如く示せる。

$$\eta = 1 - \eta_1 = k = \varepsilon(1 - R) \quad (10)$$

(10)式は  $R = 0$  では、 $\eta = \varepsilon$  となり理想沈殿池論における除去効率に一致し、 $R = 1$  とすれば、 $\eta = 0$  となり、 $R$  の物理的意味である「すべての沈殿物質が再浮上する。」ということに一致する。かつ再浮上パラメータの増大とともに効率は減少することを示し、(10)式は現象論的にも妥当であろう。これを実験データでもって実証した。以下模型実験より得た結果を示す。

### 3. 実験結果の教値計算値

Table 1は実験結果を示し、Table 2は各々の実験結果と  $R = 0.1, 0.2, \dots, 0.9$  の9通りの値を(10)式に代入し、 $\eta = 1 - \eta_1$  を計算した結果である。Table 2に基づいて描いたグラフの一部がFig-1であり、他のグラフもすべて同じ傾向を示す。

| RUN | Q<br>(cc/s) | H<br>(cm) | u<br>(cm/s) | E<br>(cm <sup>2</sup> /s) | RUN | 0.1   | 0.2   | 0.3   | 0.4   | 0.5   | 0.6   | 0.7   | 0.8   | 0.9   |
|-----|-------------|-----------|-------------|---------------------------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1-1 | 103.3       | 2.88      | 1.793       | 25.87                     | 1-1 | 27.33 | 24.83 | 22.21 | 19.47 | 16.59 | 13.59 | 10.43 | 7.12  | 3.65  |
| 1-2 | 150.3       | 2.98      | 1.522       | 55.04                     | 1-2 | 30.13 | 28.20 | 26.20 | 24.12 | 21.98 | 19.75 | 17.45 | 15.06 | 12.58 |
| 1-3 | 202.3       | 2.98      | 1.394       | 141.5                     | 1-3 | 15.67 | 14.13 | 12.54 | 10.91 | 9.23  | 7.50  | 5.71  | 3.87  | 1.96  |
| 1-4 | 253.3       | 3.05      | 4.152       | 303.3                     | 1-4 | 12.88 | 11.60 | 10.28 | 8.92  | 7.53  | 6.11  | 4.64  | 3.14  | 1.59  |
| 2-1 | 93.8        | 3.93      | 1.193       | 11.06                     | 2-1 | 29.79 | 26.82 | 23.81 | 20.88 | 17.90 | 14.98 | 12.00 | 9.05  | 6.12  |
| 2-2 | 142.8       | 3.98      | 1.794       | 19.27                     | 2-2 | 20.71 | 18.70 | 16.62 | 14.47 | 12.25 | 9.96  | 7.60  | 5.15  | 2.74  |
| 2-3 | 191.8       | 4.05      | 2.368       | 32.36                     | 2-3 | 16.12 | 14.20 | 12.40 | 11.15 | 9.42  | 7.63  | 5.79  | 3.91  | 1.99  |
| 2-4 | 237.8       | 4.10      | 2.900       | 32.17                     | 2-4 | 13.40 | 12.04 | 10.65 | 9.22  | 7.77  | 6.28  | 4.77  | 3.22  | 1.63  |
| 3-1 | 96.0        | 4.85      | 0.9897      | 8.314                     | 3-1 | 18.48 | 16.94 | 15.28 | 13.59 | 11.85 | 10.05 | 8.19  | 6.28  | 4.31  |
| 3-2 | 143.0       | 4.93      | 1.450       | 12.17                     | 3-2 | 20.52 | 18.51 | 16.44 | 14.20 | 12.10 | 9.83  | 7.49  | 5.07  | 2.58  |
| 3-3 | 193.0       | 5.00      | 1.930       | 18.01                     | 3-3 | 15.86 | 14.21 | 12.58 | 10.91 | 9.20  | 7.44  | 5.65  | 3.81  | 1.93  |
| 3-4 | 243.0       | 5.13      | 2.368       | 25.34                     | 3-4 | 12.90 | 11.57 | 10.22 | 8.85  | 7.44  | 6.01  | 4.55  | 3.07  | 1.53  |
| 4-1 | 94.2        | 5.88      | 0.8010      | 6.656                     | 4-1 | 29.11 | 26.44 | 23.65 | 20.72 | 17.66 | 14.45 | 11.09 | 7.57  | 3.88  |
| 4-2 | 141.2       | 5.93      | 1.191       | 8.951                     | 4-2 | 20.46 | 18.64 | 16.55 | 14.40 | 12.18 | 9.90  | 7.54  | 5.10  | 2.59  |
| 4-3 | 190.2       | 6.00      | 1.585       | 12.03                     | 4-3 | 15.88 | 14.07 | 12.43 | 10.95 | 9.23  | 7.47  | 5.67  | 3.82  | 1.93  |
| 4-4 | 241.2       | 6.10      | 1.977       | 16.02                     | 4-4 | 12.83 | 11.81 | 10.56 | 9.79  | 7.39  | 5.97  | 4.52  | 3.04  | 1.53  |
| 5-1 | 93.9        | 6.88      | 0.6824      | 5.838                     | 5-1 | 29.21 | 26.53 | 23.73 | 20.86 | 17.73 | 14.51 | 11.14 | 7.63  | 3.90  |
| 5-2 | 141.9       | 6.93      | 1.024       | 7.425                     | 5-2 | 20.54 | 18.53 | 16.45 | 14.31 | 12.11 | 9.85  | 7.49  | 5.07  | 2.57  |
| 5-3 | 190.9       | 6.98      | 1.367       | 9.444                     | 5-3 | 15.76 | 14.16 | 12.53 | 10.96 | 9.15  | 7.40  | 5.62  | 3.79  | 1.92  |
| 5-4 | 238.9       | 7.05      | 1.694       | 11.83                     | 5-4 | 12.85 | 11.53 | 10.18 | 8.80  | 7.40  | 5.97  | 4.52  | 3.04  | 1.54  |
| 6-1 | 91.3        | 7.85      | 0.5815      | 5.791                     | 6-1 | 29.92 | 27.20 | 24.35 | 21.36 | 18.22 | 14.93 | 11.67 | 7.84  | 4.02  |
| 6-2 | 139.3       | 7.88      | 0.8039      | 6.466                     | 6-2 | 20.88 | 18.84 | 16.73 | 14.56 | 12.32 | 10.01 | 7.62  | 5.16  | 2.62  |
| 6-3 | 189.3       | 7.95      | 1.191       | 7.903                     | 6-3 | 15.83 | 14.25 | 12.60 | 10.92 | 9.21  | 7.43  | 5.65  | 3.81  | 1.93  |
| 6-4 | 239.3       | 8.08      | 1.481       | 9.303                     | 6-4 | 12.78 | 11.46 | 10.12 | 8.75  | 7.36  | 5.94  | 4.49  | 3.02  | 1.53  |
| 7-1 | 92.4        | 8.83      | 0.5232      | 4.989                     | 7-1 | 29.67 | 26.97 | 24.14 | 21.17 | 18.06 | 14.80 | 11.37 | 7.77  | 3.98  |
| 7-2 | 140.4       | 8.93      | 0.7861      | 5.869                     | 7-2 | 20.76 | 18.77 | 16.63 | 14.47 | 12.24 | 9.95  | 7.58  | 5.15  | 2.61  |
| 7-3 | 188.4       | 9.00      | 1.047       | 6.890                     | 7-3 | 15.62 | 14.30 | 12.64 | 10.97 | 9.24  | 7.48  | 5.67  | 3.83  | 1.94  |
| 7-4 | 240.4       | 9.05      | 1.328       | 8.192                     | 7-4 | 12.71 | 11.39 | 10.05 | 8.69  | 7.31  | 5.90  | 4.46  | 3.00  | 1.51  |

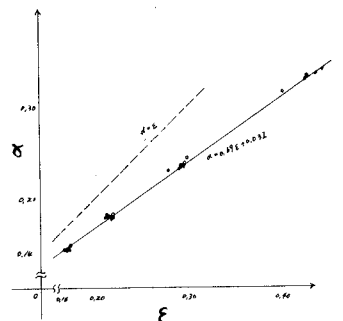
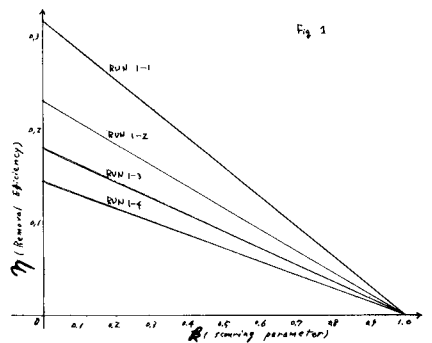


Fig 1より効率 $\eta$ と再浮上パラメータ $R$ とは近似的に次の如く示せる。

$$\eta = \alpha(1 - R) \quad (11)$$

(11)式における $\alpha$ と $\varepsilon$ との関係を示したグラフがFig.2である。

$$\alpha = 0.69\varepsilon + 0.032 \quad (12)$$

結局  $\eta = (0.69\varepsilon + 0.032)(1 - R)$  (13) と示せる。

(13)式は実験を行なうに際し、越流せきの影響を避けるため、sampling point を  $\xi = (65/80)$  にしたためであり、 $\xi$  が1に近付けば $\alpha$ は $\varepsilon$ に近付くであろう。

### 4. 結論

るるにおいて示した如く、理論、実験の双方より近似的に再浮上パラメータを考慮した除去効率式は $\varepsilon$ と補正項としての $(1-R)$ をかけた  $\eta = \varepsilon(1-R)$  と示せよう。