

1. まえがき 管内流量が与えられた管路系の経済的管径は、管径自身を未知数として *Lagrange* の未定乗数法によって求めることができた¹⁾。本報では節点エネルギー位²⁾を未知数とした方法によって同じ問題を解いてみる。平均流速公式における変数は、流速係数 C 、管路長 L (m)、損失水頭 H (m)、流量 Q (m³/sec)、管径 D (m) の5個であり、このうち C 、 L 、 Q が既知ならば、残り D と H は二者択一的に未知数とすることができる。 H を未知数としても水压に関する制約が線形となって近似式の本数が減少するだけで本質的な改善にはならないが、 H の代りにエネルギー位差を用いて節点エネルギー位を未知数とすれば、解法上および計算上の利点が生み出るのである。

2. 一般式の誘導 給水区域内節点の最高時取り出し水量に対して次式が成立すれば、

$$E_n \geq RP_n + G_n \quad (n = 2, 3, \dots, N) \quad \dots\dots\dots (1)$$

全節点に十分な水量が十分な水压で供給されたといえる。ただし、 N は節点数、 E_n 、 G_n はそれぞれ節点 n のエネルギー位と地盤高 (m)、 RP_n は所要地盤上残存水頭 (m) である。管経路の末端点と管経路途中のエネルギー位が問題となる節点 m について式-(1)の等号条件 $E_m = RP_m + G_m$ $\dots\dots\dots (2)$

が満足されれば、全節点に対する式-(1)の成立は保障される。すなわち式-(1)は式-(2)で代用される。

ポンプ加圧管路系の総費用は、一般に $W = P_A \cdot H_p + \sum_{j,k} (\alpha D_{j,k}^\beta + \gamma) L_{j,k}$ $\dots\dots\dots (3)$ と表わされる。ただし、 P_A = ポンプ費用に関する係数、 α 、 β 、 γ = 管路費用に関する定数、 H_p = 揚程 (m) である。 *Hazen-Williams* 公式を採用すれば、節点 j と k を結ぶ管路の直径は

$$D_{j,k} = 1.6258 Q_{j,k}^{0.38} C_{j,k}^{-0.38} L_{j,k}^{0.205} |E_j - E_k|^{-0.205} = S_{j,k} |E_j - E_k|^{-0.205} \quad \dots\dots\dots (4)$$

と書かれる。ただし、 $S_{j,k} = 1.6258 Q_{j,k}^{0.38} C_{j,k}^{-0.38} L_{j,k}^{0.205}$ である。また揚程 H_p はポンプ加圧直後のエネルギー位 E_1 とポンプ井水位 G_1 との差であるから、 $H_p = E_1 - G_1$ $\dots\dots\dots (5)$

とおかれる。式-(4)、(5)の関係を式-(3)に代入すれば、次式が得られる。

$$W = P_A (E_1 - G_1) + \sum_{j,k} \{ \alpha S_{j,k}^\beta L_{j,k} |E_j - E_k|^{-0.205\beta} + \gamma L_{j,k} \} \quad \dots\dots\dots (6)$$

式-(6)を E_j について偏微分して 0 とおけば、 $j = 1$ すなわちポンプ加圧地点では

$$\partial W / \partial E_1 = U_1 = P_A - 0.205 \sum_k \alpha \beta S_{1,k}^\beta L_{1,k} (E_1 - E_k)^{-0.205\beta-1} = P_A - \sum_k T_{1,k} (E_1 - E_k)^{-0.205\beta-1} = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

となり、それ以外の節点 j (≥ 2) では次式のごとくになる。ただし、 $T_{j,k} = 0.205 \alpha \beta S_{j,k}^\beta L_{j,k}$

$$\partial W / \partial E_j = U_j = \sum_k T_{j,k} |E_j - E_k|^{-0.205\beta-2} (E_j - E_k) = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

式-(7)、(8)の連立方程式は、ポンプ加圧点も含めた節点数から式-(2)にてエネルギー位を指定された節点数を差し引いた数だけ成立しなければならない。つぎに、これらの式は非線形式であるから、接線近似によって線形化することにする。式-(8)を E_j および E_k で偏微分するとつぎのようになる。

$$\partial U_j / \partial E_j = \sum_k (-0.205\beta-1) T_{j,k} |E_j - E_k|^{-0.205\beta-2}, \quad \partial U_j / \partial E_k = (0.205\beta+1) T_{j,k} |E_j - E_k|^{-0.205\beta-2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

節点エネルギー位と式-(8)の値の仮定または近似値をそれぞれ e 、 u_j 、補正值を ΔE 、 ΔU_j 、修正された値を E 、 U_j とおけば、 $E_j = e_j + \Delta E_j$ 、 $E_k = e_k + \Delta E_k$ $\dots\dots\dots (10)$

$$U_j = u_j + \Delta U_j = \sum_k T_{j,k} |e_j - e_k|^{-0.205\beta-2} (e_j - e_k) + \Delta U_j \quad \dots\dots\dots (11)$$

であって、 ΔE_j , ΔE_k だけ補正したときの U_i の増分は ΔU_i に等しく、これは

$$\Delta U_i = \Delta E_i \times (\partial U_i / \partial E_i)_{E_j=E_j, E_k=E_k} + \Delta E_k \times \sum (\partial U_i / \partial E_k)_{E_j=E_j, E_k=E_k} \dots (12)$$

と書くことができる。式-(8)に式-(11), (12), (9)を代入して整理すると

$$\Delta E_i \sum (-0.205\beta - 1) T_{ik} |e_i - e_k|^{-0.205\beta - 2} = - \sum T_{ik} |e_i - e_k|^{-0.205\beta - 2} (e_i - e_k) + \sum (-0.205\beta - 1) T_{ik} |e_i - e_k|^{-0.205\beta - 2} \Delta E_k \dots (13)$$

となる。式-(6)を同様に接線近似によって書き直すと、つぎのようになる。

$$\Delta E_i \sum (-0.205\beta - 1) T_{ik} (e_i - e_k)^{-0.205\beta - 2} = - \{P_A + \sum T_{ik} (e_i - e_k)^{-0.205\beta - 1}\} + \sum (-0.205\beta - 1) T_{ik} (e_i - e_k)^{-0.205\beta - 2} \Delta E_k \dots (14)$$

式-(13), (14)の連立一次方程式を解いて ΔE_i , ΔE_j , ΔE_k を求め、式-(10)から得らる修正された値を式-(7), (8)を満たすまで計算を繰返せばよい。連立一次方程式の作成と解法には還元解法³⁾が効果的である。なお自然流下系では $E_i = G_i$ と指定される。

3. 一般式の適用

前章に示した方法は、直径を未知数とした方法にくらべて、(1)単なる微分法によって解くため、連立一次方程式の元数が少なくなるので、計算時間、記憶容量の面で有利であり、(2)エネルギー位の指定が簡単である。適用例としては、同じく(a)分岐・合流のある導・送水幹線、(b)樹枝状管網および(c)管内流量が与えられた網目状管網があげられる。

4. 計算例

前章であげた各適用例を代表する図-1~3の管路系についての還元過程³⁾を表-1~3に示す。また図-2の樹枝状管網と松田式流量配分された図-3の網目状管網に対する計算例を表-4に示す。ただし、 $P_A = 0$, $\alpha = 80,000$, $\beta = 2$, $\gamma = 12,000$ とし、各節点取り出し水量は $0.1 \text{ m}^3/\text{sec}$, 各管路長は $1,000 \text{ m}$, 各流速係数は 100 とした。費用は前者が 3.988 , 後者が $5.091 \times 10^8 \text{ 円}$ であり、前者に直径 0.1 m の連絡管を6本加えると $4.756 \times 10^8 \text{ 円}$ であった。

5. あとがき

本法は直径を未知数とした方法に比較して有利であるが、管路区間長を未知数として線形計画法にて解く方法⁴⁾との優劣は一概にいえない。そのときは、(1)直径範囲(γ)に因連、(2)規格管径へのまとめ操作、(3)管網規模、(4)計算対象(実際問題かそれとも机上実験か)が判断基準となるであろう。

参考文献

- 1) 高桑; 第7回衛生工学研究討論会講演論文集
- 2) 高桑; 水道協会雑誌, 第423号
- 3) 高桑; 水道協会雑誌, 第422号
- 4) Karmeli, D., et al.; Proc. ASCE, No. PL1, Vol. 94

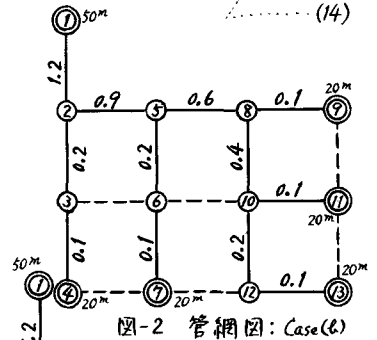


図-2 管網図: Case (b)

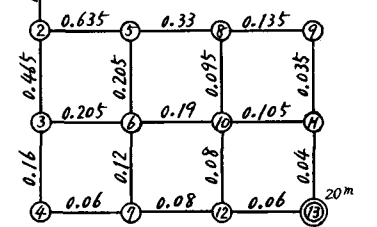


図-3 管網図: Case (c)

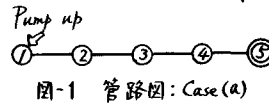


図-1 管路図: Case (a)

表-2 還元過程: Case (b)

節点	その隣接節点	順序
(2)	(1) (3) (5)	2
(3)	(2) (4) (6)	1
(5)	(2) (6) (8)	4
(6)	(5) (7) (9)	3
(8)	(5) (9) (10)	5
(10)	(8) (11) (12)	6
(12)	(10) (13)	I

表-3 還元過程: Case (c)

節点	その隣接節点	順序
(2)	(1) (3) (5)	1
(3)	(2) (4) (6)	2
(4)	(3) (7)	3
(5)	(2) (6) (8)	4
(6)	(3) (5) (7) (10)	5
(7)	(4) (6) (12)	6
(8)	(5) (9) (10)	7
(9)	(8) (11)	8
(10)	(6) (8) (11) (12)	II
(11)	(9) (10) (13)	III
(12)	(7) (10) (13)	I

表-1 還元過程: Case (a)

節点	その隣接節点	順序
(1)	(2)	1
(2)	(1) (3)	2
(3)	(2) (4)	3
4	(3) (5)	I

表-4 直径 (m)

管路	Case (b)	Case (c)
1-2	0.84484	0.86226
2-3	0.36885	0.58766
2-5	0.77078	0.38231
3-4	0.30600	0.67174
3-6	—	0.43998
4-7	—	0.29350
5-6	0.39293	0.43310
5-8	0.67387	0.52302
6-7	0.32597	0.35960
6-10	—	0.44389
7-12	—	0.35378
8-9	0.29413	0.37179
8-10	0.57561	0.33783
9-11	—	0.25839
10-11	0.32886	0.36901
10-12	0.47655	0.33450
11-13	—	0.30630
12-13	0.39545	0.35308