

京都大学工学部 正 員 高橋 琢馬
建設省九州地建 正 員 〇横田 操二

1. はしがき

洪水時におけるダム貯水池群の一般的かつ合理的な管理方式を確立するための基礎的研究として、著者らは、DP利用による洪水調節方式に関する研究を進めてきた。洪水ハイドログラフの予知、洪水流の流下合流機構の解明算、解決を要する問題系が気象学・水文学・水理学など多分野にわたるため、適当な仮定を設けつつ研究を進めていかざるを得ないが、この報告では、まず、ダム群による洪水調節の目的の明確な定義を試み、最適洪水調節方式の内容を明らかにする。つぎに、それを決定するための数学的手法としてDPが有効であることを示す。すなわち、すでに行なわれている一般的な洪水制御系に対するDPによる定式化¹⁾において、具体的な評価関数の決定法を明らかにする。さらに、多次元性の問題に対しては逐次近似法²⁾を適用して、その可能性を検討する。最後に、洪水時におけるダム貯水池の操作方式として、DP利用による一つの不定量調節方式を提案する。

2. 洪水調節の目的

洪水調節の目的を定義するためには、洪水の破壊力および堤防の抵抗力の問題や防災対象地区間の重要度の問題などを解決する必要がある。現在、洪水制御の教条かつ客観的な最適基準を設けることは、ほとんど不可能といえる。しかしながら、著者らはダム下流部の防災対象地区を、線的な河道としてとらえず、河道区分の一地帯をもって代表させ、これを評価地帯と名付けた。そして、ダム貯水池の機能を下流部河道の評価地帯における洪水ピーク流量を低減させることと考え、 $Q_p/Q_{id} \leq 1$ 、かつ左辺の値がすべての*i*に対して、できるだけ均等になるような調節方式を追求してきた³⁾。ここに、 Q_p は洪水調節の結果、評価地帯*i*を通過するピーク流量であり、 Q_{id} は地帯*i*における許容流量(計画高水流量)である。ところで、数値計算によって調節方式を決定する場合には、時間および流量を離散的に取扱う必要がある。それゆえ考えうる調節方式の数は膨大なものとなるが有限である。つまり、あらゆる調節方式を決定し、その結果得られる $(Q_p/Q_{id}, Q_p/Q_{2d}, \dots, Q_p/Q_{md})$ の組み合わせの中で、上に述べた条件を満足させる調節方式を求めることは可能である。そして、 Q_p/Q_{id} ($i=1, 2, \dots, m$)の均等化はつぎのように数学的に表現されることになる。

$$f \equiv \text{Max}(Q_p/Q_{id}), (i=1, 2, \dots, m) \longrightarrow \text{最小化} \quad \text{----- (1)}$$

ここに、 m は評価地帯の総数であり、 f はある想定した調節方式の結果生じる Q_p/Q_{id} の評価地帯を通じての最大値を意味する。この f の値を最小にするような調節方式を最も望ましいものと考えなければならぬ。ダム*k*における制御終了時の貯水量 C_k を与えれば、 f の最小化によって上述の均等化が行なわれ、 C_k の値を $0 \leq C_k \leq V_k$ (V_k :ダム*k*の治水容量)の範囲で変化させることにより、 f の最小値、すなわち $\text{Max}(Q_p/Q_{id})$ の最小値は変化する。そして、 $C_k = V_k$ と考えて、もし $f_{\min} > 1$ となれば、これはどんなダム群操作を行なっても、すべての評価地帯において洪水ピーク流量を許容流量以下に制御することは不可能と判断できることを意味する。このことは、水系一帯して洪水を安全に処理するこ

とが、可能か否かを判断する客観的な基準を提供するものであり、防災の立場を踏まえた治水時の河川管理において、きわめて重要な概念を与えよう。

3. 評価関数の設定

著者らは、すでに治水調節の問題を最適化問題として解題し、そのDPによる定式化を行なっている。簡単に書けば、目的関数 J を、 $J \equiv \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n D_i(Q_i(t))$ ----- (2) と定義して、治水流の流下合流機構を線型と仮定し、制御時間座標を導入することにより、 $Q_i(t) = \sum_{(b)_i} O_{b_i}(t) + \sum_{(j)_i} R_{j_i}(t)$ と考えた。そこで、最適治水調節の問題を(2)式の J を最小にする放流量系列 $O_{b_i}(t)$ を求める問題に帰着させ、その数値解法としてDPの手法を利用した。一般的な治水制御系に対する最適治水調節のDPによる定式化は、つぎのように表現される。

$$f_T(S_1, S_2, \dots, S_N) = \sum_{i=1}^m D_i \left(\sum_{(b)_i} (S_{b_i}(T) + I_{b_i}(T) - C_{b_i}) + \sum_{(j)_i} R_{j_i}(T) \right) \text{ ----- (3)}$$

$$f_t(S_1, S_2, \dots, S_N) = \min_{0 \leq S_{b_i} \leq V_{b_i}} \left\{ \sum_{i=1}^m D_i \left(\sum_{(b)_i} O_{b_i}(t) + \sum_{(j)_i} R_{j_i}(t) \right) + f_{t+1}(S_1(t) + I_1(t) - O_1(t), S_2(t) + I_2(t) - O_2(t), \dots, S_N(t) + I_N(t) - O_N(t)) \right\} \text{ ----- (4)}$$

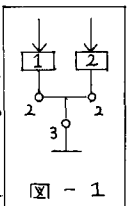
ところで、上の定式化において最も重要な量は目的関数 J であるが、評価地所が一般に治水制御系内の防災対象地区の数に等しく与えられる必要があることから、目的関数を構成する他の要素、評価関数 $D_i(Q_i)$ の具体的な関数形の設定の仕方が非常に重要となる。2.で述べたように、考えうるすべての放流量系列 $O_{b_i}(t)$ の組み合わせの中で、(2)式の J の値を最小にするような放流量系列を最適解として選出するような評価関数を与えなければならない。そこで、著者らは(2)式の目的関数の最小化によって(1)式の治水調節の目的が達成されるような評価関数として、つぎの関数を提案する。

$$D_i(Q_i) = (mT_0)^{a_i Q_i - b}, \quad a_i Q_{id} = p, \quad a_i \geq 1, \quad p > 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \text{ ----- (5)}$$

ここに、 T_0 は治水ごとに变化すると考えられる治水制御期間 T に対して、つねに $T_0 > T$ となる定数であり、十分に大きな値を与えておく。 p および b は任意定数であるが、計算機の制約に注意して適当に定めればよい。(5)式の評価関数を用いて、(3)式(4)式の関数方程式を解けば、(1)式の調節目的を満足させる放流量系列 $O_{b_i}(t)$ が決定されることは、③ $\text{Max}(Q_i^{a_i}/Q_{id}) = k_0$ のとき、 $J_2 \geq (mT_0)^{p k_0 - b}$ ④ $\text{Max}(Q_i^{a_i}/Q_{id}) < k_0$ のとき、 $J_2 < (mT_0)^{p k_0 - b} \cdot \frac{1}{m} \{ (mT_0)^{-a_1} + (mT_0)^{-a_2} + \dots + (mT_0)^{-a_m} \}$ となることより、証明される。また(5)式の関数を用いると、 $Q_{ip} = \frac{p}{a_i} Q_{id} \quad (i = 1, 2, \dots, m)$ となるピーク流量の連続時間の治水制御系内の総和が最小にされることも明らかにされる。

4. 逐次近似法の適用

ダム数 N の制御系における最適治水調節方式は、(3)式(4)式を解けば求まるが、一般にダムの個数が多くなると解決定に要する時間は急激に増す³⁾。それゆえ、DP利用による治水調節方式が、計算の迅速性がとくに要求される治水時のダム群操作に適用されるためには、こうした多次元性の問題が解決されねばならない。ここでは、図-1で代表される並列配置の制御系に対する次元の節減化手法として、逐次近似法を適用し、その結果を検討する。適用の仕方は図-2に示す。すなわち、(a)ダム1と評価地所1のみからなる系の解 $O_1^0(t)$ を求め、これを最初の推量値とし、つぎに、(b) $O_1^0(t)$ をダム2と地所2、3より構成される系の支川流量と考え、解 $O_2^1(t)$ を求める。そして、(c)この解 $O_2^1(t)$ をダム1、地所1、3の系の支川流量と考え、解 $O_3^2(t)$ を決定する。これで1次の近似解 $O_1^1(t)$ 、 $O_2^1(t)$ が得られたことになり、これを用いて(b)、(c)の手順を繰返せば、さらに高次の近似解が求まる。2,3の数値計算例によれば、1次あるいは2次の近似解で収束す



る傾向がみられ、次元の節減化にきわめて有効と考えられるので、今後さらに検討を進めた。

5. 洪水時におけるDP利用の不定量調節方式

ダム貯水池への流入量 $I_k(t)$ およびダム残流域からの流出量 $g_k(t)$ が既知であれば、3. で述べたように最適洪水調節方式は決定できる。しかし、現実には洪水時のダム群操作を行なう場合、これらの入力 I_k , g_k はわからない。ここでは、実雨量とおおまかな洪水規模の予測を二本の柱とするDP利用の不定量調節方式を提案する。現行の調節方式は、ダム残流域からの流出が考慮されていなければ、および下流懸念地帯が一つに限られている場合に問題があるとともに、より根本的な問題点は引き続いて起る洪水の規模を予測していないことである。著者のDPによる、一般的な洪水制御系に対する最適洪水調節の定式化は、残流域からの流出および複数評価地帯を考慮していることで、一般的なダム群管理方式への拡張が可能であるが、この場合も最大の障害はやはり洪水規模の予測である。問題はどの予測量までのような形で導入し、いかなるプロセスを経てダム群操作に反映させるかにある。そこで、図-3のフローチャートに示される不定量調節方式を提案する。これは、図-4の簡単な洪水制御系に対するものであるが、系の型に関係なく (I) 洪水規模のおおまかな予測を行なう部分、(II) 実雨量から出水ハイドログラフを算定する部分、(III) DP計算を行ない放流量を決定する部分に分けられる。

(I) 洪水規模の予測 時々刻々予測される将来雨量の時間的・地域的分布から出水ハイドログラフを計算する立場をとりながら、洪水制御系内に予想される総降水量といったマクロな量を洪水規模の予測量として導入し、これから期待できる調節効果、すなわち調節目標 $k' = \text{Max}(Q_{id}, Q_{ad})$ を設定する。

(II) 実雨量からの出水ハイドログラフの算定 流域の降雨量が雨量計によって観測されたとしても、それから正確な出水ハイドログラフを計算することは容易でないが、ひとまず出水解析法に誤差はないものと考えて、具体的な数値計算を行なうことにする。

(III) DPによる放流量の決定 期間 t までの実雨量から出水ハイドログラフが計算できれば、期間 $t+1$ の期首の貯水量 $S(t+1)$ は当然既知であるので、最終貯水量 C を与えれば放流量 $O(t+1)$ は算定できる。ここで C の与え方であるが、実雨量から求められたハイドログラフに

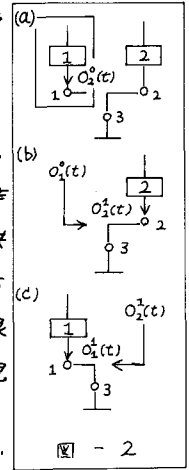


図 - 2

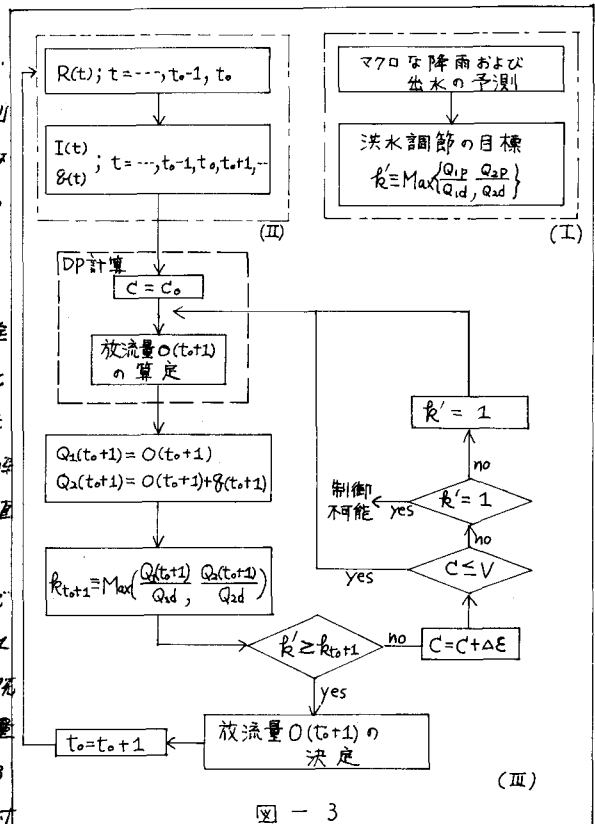
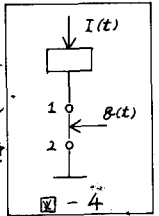


図 - 3

して、 $C=V$ としてDP計算を行なうことは期間を以降の降雨による出水を無視することであり、また $C=0$ としてDP計算を行なうことは、期間を以てに観測された実雨量による出水を無視することと見える。なぜなら、 C は洪水制御期間の最終貯水量を意味し、たとえばそれを0とすることは、期間を以降の降雨による出水に備えて治水容量を空



にしておくための放流量決定法と見えるからである。それゆえ、期間を以降に予想される降雨規模、および期間を以前に観測された降雨量に依じた C の値を与えねばならないが、その将来の降雨量に關してはほとんど未知であると考えられる。(E)で述べた洪水調節の目標 $\hat{R}$ が、ここでその役割を果す。すなわち、まず適当な $\hat{R}$ を与えて放流量 $Q(t+1)$ を算定しこれより、それから計算される $R_{t+1} \equiv \text{Max}(Q(t+1)/Q_{id})$ の値を、あらかじめ設定してある $\hat{R}$ と比較するわけである。もし、 $R_{t+1} \leq \hat{R}$ ならば、予測された洪水規模に対してこの放流量は許容されることになり、放流量 $Q(t+1)$ は正式に決定される。もし、 $R_{t+1} > \hat{R}$ ならば、算定された放流量は洪水規模の予測量と照らし合わせて不適当と考えられるわけであり、最終貯水量 C の値を C より大きくし、その放流量を小さく抑えなければならぬ。このような手順を繰返して放流量を決定して行くわけだが、制御期間の半ばで $C > V$ とせざるを得なくなったとすれば、それは $\hat{R}$ の設定の仕方がまずかったためであり、 $\hat{R}$ が1なら $\hat{R} = 1$ とすればよいが、すでに $\hat{R} = 1$ であるなら洪水を安全に処理することは出来ないと判断されよう。

ところで、図-3のフローチャートに示された以上の作業に要する時間について、考察しておく必要がある。上の説明では、期間を以ての降雨データの収集から放流量 $Q(t+1)$ の決定までに要する時間を考慮してゐない。つまり、この手順で求まる放流量 $Q(t+1)$ が期間 $t+1$ に放流できるものと仮定してゐる。この仮定については、単位期間・単位流量のとり方とも関連し簡単に結論を下せないが、ひとまずそれを認め、具体的に机上計算を試みた。洪水制御系の諸元は適当に与え、系への入力 $I(t), B(t)$ は、由良川大野上流域の過去の降雨パターンに単位図法を適用し、得られたハイドログラフを適当に縮尺して使用した。計算結果によると、上述したような形で洪水規模の予測量を導出して洪水時のダム(群)操作を行なうことは可能である。調節目標 $\hat{R}$ の設定値によつては、最適洪水調節方式とほぼ同じ制御結果を得ることもでき、今後、マクロな降雨量の予測法および洪水調節の目標 $\hat{R}$ の設定法について検討を進めたい。

6. あとがき

以上、一試案として洪水調節の目的を明確に定義し、DPによる最適洪水調節の定式化における目的関数の決定法を明らかにした。そして、次元の節減化手法として逐次近似法を適用したが、解の収束についてさらに検討する必要がある。また、ここで提案したDP利用の不定量調節方式の有効性は洪水調節の目標の設定の仕方に偏着すると考えられるので、これに關しては今後の最大の課題とした。洪水流の非線型効果の導きならびに単位時間・単位流量の決定については、現実河川への適用を試みつつ検討を行なひたい。

参考文献

- 1) 高橋 澄能；ダム群による洪水調節に関する研究(I) — DPの利用とその問題点 —，京大防災年報 第13号B，1970
- 2) たとえば、小田中 敏雄；ダイナミック・プログラミング，丸善株式会社，1962
- 3) 高橋 澄能・横田；ダム貯水池による洪水制御におけるDP利用の問題点，土木学会 第24回年次学術講演会講演集，1969