

北海道大学工学部 正員 ○ 星 清
フジタ工業KK 正員 ハ木 哲郎

1. 予えがき 北海道は地域的にも季節的にも降水量の偏在が著しい。将来の水資源利用計画のためにも、広域にわたって散在する観測所をどのように統合するか、又統合された観測所群間の相関の構造がどうなっているかを明らかにすることがある。本報告では前回の報告で述べたバリマックス法を基に、高い相関を示す観測所群に主軸法を適用して観測所の統合をはかり、グループ間の相関性を検討する。併せて、石狩川流域を対象に地域的、季節的特性を月降水量を用いて解析した例を示す。

2. 因子分析の水文統計への適用 因子分析の諸法は多種の観測特性の本質的な情報を探究する統計的多変量解析法として、理論的には古くからその体系が確立されたものであるが、実際の適用面では立選れていたのは計算結果の不変性を実証するために多変量を導入しなければならないこと、又計算の上で反復計算を必要とするためである。情報化システムや情報処理の関心が進むにつれて因子分析の適用と研究がふたたび盛んになってきたのは、言うまでもなく電子計算機の能力増大、一般への普及により前述の複雑かつ多量の時間を要する計算が克服されたことに起因している。

降水量の空間分布特性を把握するためには多くの観測所を同時に考慮する必要があるわけで、共通な性質を持つ観測所を選び出すとか、観測所間の相関関係の大小にもとづいて観測所の群化を行なう場合には因子分析は有効な手段である。しかも扱う観測所数が多いければ多い程その利点が発揮されるわけで、単相関分析の欠点も克服される。

従来の水文統計においては、平均値、標準偏差、

歪み度、尖度等を独立に計算してこれらの統計量の関連性から定性的に降水量の空間分布性状を捉えているものが多い。これに反して因子分析では観測所間相互に存在する内部相関性を利用してデータ行列内に含まれる固有の情報を客観的に得ることが出来る。

3. グループ主軸法 主軸法(主成分法)は気象学、水文学⁽²⁾などで予測手段として最もよく利用されている因子分析の1つである。主軸法は合成変量かすべての観測所とできるだけ高い相関を示すように重みベクトル、あるいは構造ベクトル(因子負荷量)を求めるのに対して、グループ主軸法は互いに相関の高い観測所をあらかじめ群にすしめ、各群の指定された観測所に対してのみ主軸法を適用するものである。詳細は参考文献⁽³⁾にゆずる。ここからの説明において、suffixのGの記号はグループに指定された観測所を表わすものとする。構造型として次の線型方程式を考える。

$$g = Z_g W_g \quad (1)$$

ここで、 g : 標準化された合成変量ベクトル、 Z_g : 標準化されたデータ行列、 W_g : 標準重みベクトル 構造ベクトルは合成変量と各観測所との相関係数で次式で与えられる。

$$a_g = R_g W_g \quad (2)$$

ここで、 a_g : 構造ベクトル、 R_g : 相関係数行列 グループ主軸法ではグループに指定された観測所のいずれともできるだけ高い相関をもつような合成変量を作るのであるから、数学的指標として構造ベクトルの成分の2乗和を用いる。

$$V = a_g' a_g = W_g' R_g^2 W_g \quad (3), (4)$$

ここで、 a_g' , W_g' はそれぞれ a_g , W_g の転置ベクトル

標準化された合成変量の分散が1となることから、次式が成り立つ。

$$w_g' R_g w_g = 1 \quad (5)$$

(5)式の条件のもとに(4)式を最大にするような構造ベクトルを求めると、次式が得られる。

$$a_g = \frac{u' R u a_g}{a_g' u' R u a_g} \quad (6)$$

ここで、 R は全観測所からなる相関係数行列で、 $R_g = u' R u$ 、 u : グループ指定行列で、単位行列から指定すべき観測所に対応する列のみをとりだして作る行列。なお(6)式の分母は主軸法における固有値でスカラー量である。(6)式から構造ベクトルは逐次計算によって求められるが、仮設的構造ベクトルの選定の基準はセントロイド法が主軸法の近似解を与えるので単位ベクトルを用いる。

今、(6)式における分母の固有値を λ とくと、標準重みベクトルは次式で与えられる。

$$w_g = \frac{1}{\lambda} a_g \quad (7)$$

グループに属する観測所はかりでなく、すべての観測所に対する構造ベクトル(a)を求めると、次式になる。ただし、 $w_s = U w_g$

$$a = R w_s \quad (8)$$

グループに指定された観測所の安定性、等質性の指標としてアルファ係数(α)があり、次式で与えられる。ただし、 n : グループに属する観測所の個数

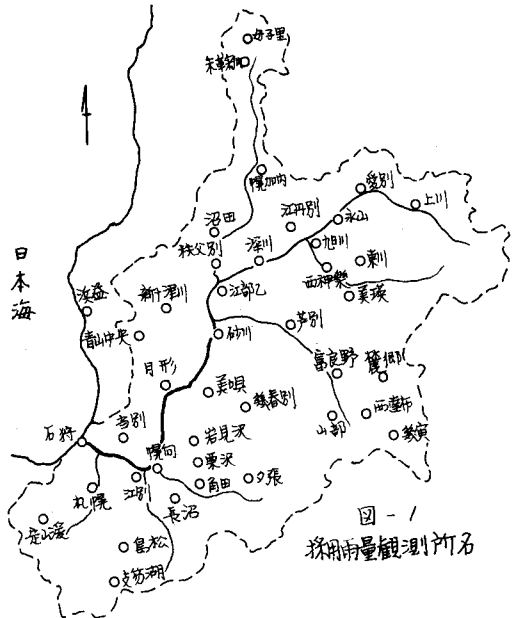
$$\alpha = \frac{n}{n-1} (1 - w_s' w_s) \quad (9)$$

次にPグループとQグループ間の相関係数(C_{pq})は次式で表わされる。

$$C_{pq} = a_p' w_{sq} \quad (10)$$

4. グループ指定

グループの指定をどのようにするかという問題に対する一般的基準はない。バリマックス法は共通の性質を有する観測所群を分類する有効な手段であることが確かめられたので、グループ指定の第1段階としてバリマックス法によって明らかにされた観測所群を用いることにする。グループ主軸法の最大の利点は(8)



式に示されるように、指定グループ以外の観測所の構造ベクトルの成分を同時に算出できることであり、すべてのグループに対する各々の観測所の構造ベクトルの成分を比較することによって、さらにグループ指定のための吟味が可能となる。

5. 適用例と考察

以上の理論を用いて解析した例を示す。解析対象地域は石狩川流域で、採用雨量観測所は図-1に示されるように41個である。なお sample size は最低103個、平均して30個前後である。(6)式における反復計算では、繰返し限度を4000回、収束の精度を 10^{-5} にあてた。計算は北大計算センター内 FACOM 230-60 によって行なった。表-1と表-2はそれぞれ、2月と7月の降水量についてグループ主軸法を適用して得られた結果である。このとき、構造ベクトルの成分は指定されたグループで最大値をとったものである。これらの表の標準重みベクトルを用いることによって、そのグループが全体的にどれくらいの降水量をとるか推定される。又表-3と表-4によれば、それぞれの月降水量についてグループ間の相関関係が定量的に把握される。ただし、表-1において麓郷と沼田の構造ベ

表-1 観測所のグループ化 2月

グループ	観測所	構造ベクトル	標準重みベクトル	アルファ係数
A	旭川	.867	.223	.928
	戸別	.894	.230	
	上川	.816	.210	
	西神楽	.892	.230	
	東川	.933	.240	
B	秩父別	.861	.195	.928
	深川	.869	.197	
	江部乙	.953	.216	
	新十津川	.837	.190	
	美瑛	.831	.188	
C	富良野	.937	.534	.861
	美瑛	.937	.534	
	米内	.985	.270	
D	幌加内	.796	.218	.907
	砂川	.845	.232	
	愛別	.802	.220	
	江丹別	.828	.227	
E	日形	.965	.518	.926
	紋春別	.965	.518	
F	札内	.858	.249	.887
	岩見沢	.872	.253	
	江角田	.741	.215	
	幌向	.880	.255	
G	栗沢	.976	.512	.950
	夕張	.976	.512	
H	島松	.924	.386	.873
	支笏湖	.888	.371	
	山部	.867	.362	
I	長沼	.750	.297	.806
	永山	.866	.343	
	麓郷	.635	.251	
J	西達布	.901	.356	.919
	浜益	.775	.164	
	青山中央	.878	.186	
	石狩	.882	.187	
	当別	.842	.179	
	定山溪	.993	.211	
	母子里	.798	.169	
	沼田	.483	.102	

表-2 観測所のグループ化 7月

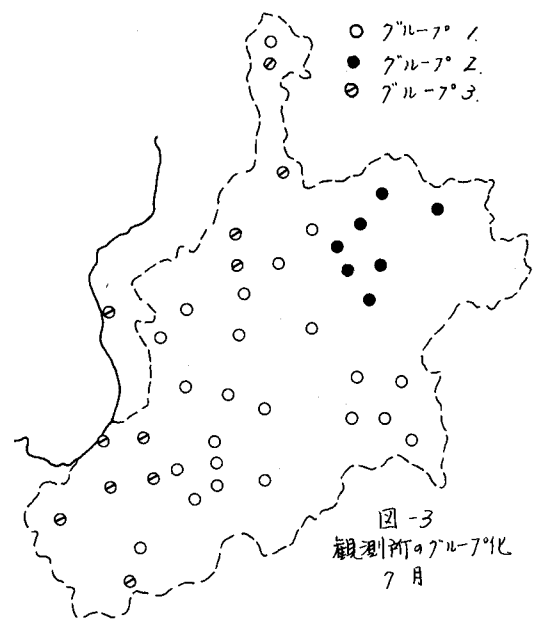
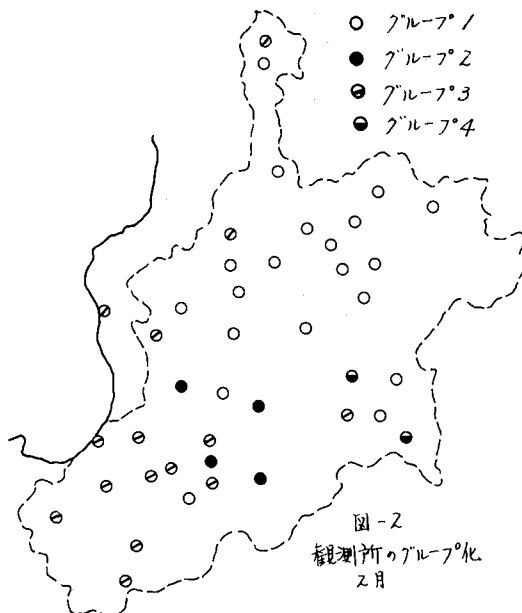
グループ	観測所	構造ベクトル	標準重みベクトル	アルファ係数
A	島松	.955	.382	.900
	母子里	.869	.348	
	長沼	.913	.365	
B	青山中央	.883	.261	.939
	深川	.904	.268	
	砂川	.958	.283	
C	江丹別	.929	.275	.936
	夕張	.935	.351	
	角田	.977	.367	
D	山部	.912	.343	.970
	江部乙	.952	.161	
	新十津川	.968	.163	
	美瑛	.936	.158	
	月形	.929	.157	
	栗沢	.915	.154	
	富良野	.871	.147	
E	麓郷	.864	.146	.928
	岩見沢	.889	.339	
	西達布	.996	.369	
F	紋春別	.947	.361	.957
	岩見沢	.936	.338	
	幌向	.971	.351	
G	旭川	.892	.153	.967
	上川	.901	.154	
	愛別	.848	.145	
	永山	.962	.165	
	西神楽	.991	.170	
	支笏湖	.871	.149	
	美瑛	.922	.158	
H	浜益	.703	.243	.871
	米内	.877	.304	
	幌加内	.861	.298	
I	秩父別	.939	.326	.918
	石狩	.953	.370	
	支笏湖	.907	.352	
J	沼田	.921	.357	.916
	札内	.754	.236	
	当別	.906	.283	
	江丹別	.950	.297	
	定山溪	.951	.297	

表-3 グループ間相関係数 2月

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
A		.812	.536	.740	.411	.324	.425	.485	.747	.217	A
B	.565		.490	.767	.493	.333	.481	.298	.698	.279	B
C	.636	.741		.521	.126	.283	.317	.494	.499	.066	C
D	.746	.840	.905		.565	.273	.435	.346	.606	.149	D
E	.551	.790	.865	.916		.448	.611	.343	.341	.226	E
F	.766	.840	.824	.951	.561		.675	.669	.445	.683	F
G	.352	.643	.467	.572	.582	.535		.559	.613	.445	G
H	.464	.479	.618	.603	.583	.504	.864		.579	.373	H
I	.311	.156	.253	.282	.194	.340	.307	.950		.271	I
J	.749	.838	.832	.923	.768	.987	.616	.911	.919		J
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	

表-4 グループ間相関係数 7月

めと考えられ
る。表-1と表-2から別の情報を得ることができ、すなわち、7月の降水量のグループ間相関



係数行列が2月のそれに比較して高い値を示している。(10)式に示されるように相関係数は構造ベクトルの成分の大きさに比例するわけで、7月の構造ベクトルが全体的に高いことが表-2からわかる。又もとの相関係数行列を見ても7月の場合は全体的に高い値を示し、夏期の降水が広域にわたって一様の降雨をもたらしていることと符号する。上記の理由から、夏期の場合観測所の群化は困難であると考えられる。これに反して、2月の場合はバリマックス法のフル-70指定がフル-70主軸法による結果とほぼ一致しており、群化は容易である。このことは冬期の降雪が局所的であることと符号する。表-3と表-4の高い相関係数に注目して、さらにフル-70化を行なったのが図-2と図-3である。フル-70間の相関関係は表-5と表-6に示されている。この場合前のフル-70との対応は次の通りである。2月：フル-701(A,B,D,E), フル-702(E,G), フル-703(F,H,J), フル-704(C) 7月：フル-701(A,B,C,D,E,F), フル-702(G), フル-703(H,I,J) 図-2と図-3によると石狩川流域の観測所のフル-70化がな一層具体化されている。

6. まとめ 観測所のフル-70化と降水

表-5 フル-70間相関係数 2月

	1	2	3	4	
1					1
2	.597				2
3	.673	.636			3
	1	2	3		4
		.587	.370	.566	
			.560	.253	
				.253	

表-6 フル-70間相関係数 7月

量の空間的分布特性を定量的に把握する一方法としてフル-70主軸法が有効であることがわかった。最後に御指導下さった山岡勲教授に感謝いたします。

参考文献

- (1)星・大泉：降水量の多重相関分析について；第25回工不学会年次講演会概申集(Ⅱ)
- 星・藤田・山岡：北海道中央部に於ける降水量の相関分析；工不学会北海道支部研究発表会論文集，第27号
- (2)Myron: Multivariate Technique for Synthetic Hydrology; HY5, ASCE, Sep. 1964
- (3)芝 祐順：行動科学に於ける相関分析法；東京大学出版会
- Horst: Factor Analysis of Data Matrices; Holt, Rinehart and Winston
- Cooley & Lohnes: Multivariate Procedures for the Behavioral Sciences; John Wiley and Sons.