

名古屋大学工学部 正員 ○ 高木 不折
建設省 正員 太田 静男
名古屋大学大学院 学員 吉岡 博明

1. ま え が き

筆者らは、地下水流出の流量低減特性について検討してきた。本論文では長期流出において重要な役割を演じる不被圧流出成分のみを取り上げ、上流より下流へと順次流下する流出系において、その低減特性がどのように平均化され、変化するかを考察した。未だ数値実験の域を出ていない部分があるが、これまでにえられた知見について報告する。

2. 不被圧成分の低減状態

不被圧成分の運動に関する解を基礎とすると、流量の低減状態は

$$Q_u(t) = Q_{u0} / \{ K \sqrt{Q_{u0} t} + 1 \}^2 \quad \dots \dots \dots (1)$$

と表わされる。ここで $Q_u(t)$ は時刻 t における流出流量、 Q_{u0} は初期流量である。また、 K は低減特性値である。さて実際の多くの流域その流出解析の結果、つぎの事柄が知られている。

- i) 流域面積が小さい山岳流域では K は流域固有の値となる。
- ii) 流域面積が非常に大きく、下流平地地帯を包むような流域でも、ランプシステムとしての K の値はやはり流域固有の値となる場合が多い。
- iii) 両者の中間の流域では、場合々々 K の値が変動し、そのために低減状態は緩慢になったり、急になったりする。

3. 1つの力学系としての場における低減特性の平均化

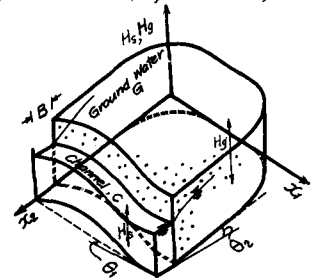
いろいろな流域での上記のような性質の違いは、主として河川水と地下水、また種々性質を異にする領域からの流出水の干渉・平均化作用によるものと考えられる。このような問題を扱うために、筆者の1人高木は1つの力学系としての流域場に存在する流域水の挙動を集合原理として定式化した。その詳細は割愛するが、右図のような地下水と河川水を取り上げると、これらの干渉を含めて、水の挙動は

$$\oint \left\{ \int_{G(\text{地下水場})} L_g \, d\mathbf{x} \, dt + \int_{S(\text{河川})} L_s \, ds \, dt \right\} = 0 \quad \dots (2)$$

と表わされる。ここで L_g , L_s は local potential であり、

$$\left. \begin{aligned} L_g &= \gamma \frac{\partial H_g^*}{\partial t} (H_g + z) + \frac{1}{2} \sum k_i H_g^* \left(\frac{\partial H_g}{\partial x_i} + \frac{\partial z}{\partial x_i} \right)^2 - r (H_g + z), \\ L_s &= B_s \frac{\partial H_s^*}{\partial t} (H_s + z) + \frac{2}{3} \frac{B_s}{n} H_s^{*5/3} \left(-\frac{\partial H_s}{\partial s} - \frac{\partial z}{\partial s} \right)^{3/2}, \end{aligned} \right\} \quad \dots (3)$$

である。また、 B_s は Fig. 1 の河川中、 H_s は河水の水深、 H_g は地下水の水深であるが、それぞれ巨視的な値 H_s^* , H_g^* よりの仮想変位 δH_s , δH_g を含めたもので、 $H_s = H_s^* + \delta H_s$, $H_g = H_g^* + \delta H_g$ である。又は不透水層、河床の基準面よりの高さである。



H_g , H_s : 水深, k_i : 透水係数
 γ : 間隙率, $f_i = k_i \sin \theta_i = -k_i \frac{\partial z}{\partial x_i}$
 $I(t)$: 地下水帯単位面積当り水供給強度
 ρ : 水の密度, g : 重力の加速度

Fig. 1

さて、右図のように1つの力学系として作用する流出の場合、それぞれ(1)式のKの値の違うNヶの領域から成るものとし、第j番目領域のKを K_j としよう。また、この力学系πに流入する河川水の低減特性を K_s とする。このように考えると、不被圧成分の運動の解を試験関数とし、それに含まれるパラメーターの値を(2)式の発分原理を満たすように定めることができる。これを基礎として導かれる低減特性値 K^* はこの複雑な流域をランプシステムとした場合の低減特性値に相当する。計算によると、

$$K^* = \frac{\sum \rho_j q_j^{3/2} K_j + \frac{1}{3\sqrt{C}} (q_s^{3/2} - 1) - \frac{\beta s l}{C} q_s^{3/2} K_s}{\sum \rho_j q_j} \dots (4)$$

である。ここで、 ρ_j 、各領域の地形地質条件で定まる定数、 C ：河川の流量を $Q = CH_0^2$ としたときの係数、 l ：河川長、 q_j, q_s ：初期時の第j番目領域よりの流出流量および河川よりの流入量の、π末端における初期流量に対する比である。

この式の意味するところは、「各領域よりの流出水と河川流入水は互に干渉し、その結果それぞれそれぞれの低減特性が、この力学系π内で加重平均化され、ランプシステムとしての低減特性、すなわち、この系から流出する際の低減特性は K^* となる」である。

この式から考えると、ランプシステムとしてのKの値が一定となるのは、 q_s, q_j がどんな場合でも一定であるか、あるいは若干変化をしていて、その変化が K^* の値には結果的にほとんど影響を与えない場合に相当する。前者の場合は流域面積の小さい山岳流域の場合に相当するであろう。すなわち、流域面積が小さいと、降雨の場所的分布はほぼ一定であり、かつ流域内部の状態もほぼ一様であって q の値はあまり変化しない。一方、流域が非常に大きいような場合には、性質を異とする非常に多くの領域からの流出水が干渉し合うわけ、個々の q の値も小さく、 q の値の変化というより何段階かの平均化が卓越する結果 K^* の値はほぼ流域固有の値を示すと考えられる。前者の場合が実際の流域について述べた2)-i、後者の場合が2)-iiに相当する。また、これらの中間の場合には降雨の場所的な分布状態如何で q の値が変化し、そのために流域全体としてのKの値も変化することになる。以上、ごく定性的な議論ではあるが、1つの力学系内での低減特性の平均化の状態を説明することができる。

4. 実際の流域における解析例

実際の流域において個々の小流域における低減特性の値を求めることは困難である。流下過程における低減特性の平均化の状態を具体的に検討するためには、1本の河川に沿ったいくつかの観測地またはその低減性を比較検討する以外に今のところ方法はない。ここでは上記(4)式の近似的な検証として、長良川および由良川流域にあって並んだそれぞれ2地点での低減性を基礎として考えよう。すなわち、上流側地点における低減特性を(4)式の K_s 、下流側のものを K^* と考え、この両者間の残流域(流域-1)のKの値を K_1 と考えたうえで、 q の種々の値をかつ観測地について K_1 の値と流域固有の値となるべき平均化のweightの比 $\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\beta s l}{C}$ を算出した。対象としたのは由良川荒谷(159 km²)、角(585 km²)、長良川創(223 km²)、上田(713 km²)の各地点である。また計算に際しては(4)式の第2項は簡単のため無視している。このようにして求めた K_1 の値とweight $\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\beta s l}{C}$ の値をヒストグラムに示したのが、Fig. 3である。

図をみると、長良川の場合には $K_1, \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\beta s l}{C}$ いずれの値も1つの値に集中的に分布し、固有の値と

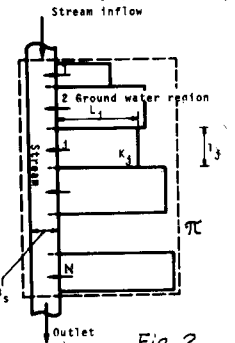


Fig. 2

なっている。このことは流域-1が大略1つの力学系として流出過程で作用していること、また(4)式の妥当性を暗示しているのであろう。一方、由良川の場合には $\frac{1}{p} \frac{Bsl}{C}$ の値は0の近辺に集中している。

この値が0であることは流域全体としての低減特性に及ぼす流入水の影響が非常に小さいことを示している。

同時に、由良川の場合の K_1 の値はかなりばらついており、流域-1を1つの力学系、さらに1つの領域として扱うのが無理であることを示している。

5. 流下過程における低減特性の平均化

流出系におけるラウススケールの問題は極めて難解であるが、実際の流域は3で述べた力学系の連なりとして成り立っているものと考えられる。これらをそれぞれの力学系では、河川水・地下水が干渉し低減特性が平均化される。すなわち、実際の流域では(4)式で示した加重平均化が何段階繰り返されていくわけである。

このような流域の状態を直列型のものについて模式的に示したのが Fig. 4 である。 π_i ($i=1, 2, \dots$) が1つ1つの力学系であり、それらはそれぞれ N_i ケの性質を異にする領域から成り立っている。 i 番目力学系 π_i のうち、第 j 番目の領域の低減特性値を K_{ij} とするとともに、第 i 番目力学系内部のみの K_{ij} の平均を $\bar{K}_i^*$ 、この力学系の最下流域での K の値、いいかえれば、この力学系より上流流域全体としての低減特性の値を K_i^* とする。さらに i 番目力学系での平均化における j 番目領域の weight を f_{ij} 、上流よりの流入水の j 番目 weight を f_{i-1} とすると最下流域での低減係数 K_i^* は

$$K_i^* = \frac{N_i}{N_i + f_{i-1}} \bar{K}_i^* + \frac{f_{i-1} N_{i-1}}{(N_i + f_{i-1})(N_{i-1} + f_{i-2})} \bar{K}_{i-1}^* + \frac{f_{i-1} f_{i-2} N_{i-2}}{(N_i + f_{i-1})(N_{i-1} + f_{i-2})(N_{i-2} + f_{i-3})} \bar{K}_{i-2}^* + \dots + \frac{f_{i-1} f_{i-2} f_{i-3} \dots f_1 N_1}{(N_i + f_{i-1})(N_{i-1} + f_{i-2}) \dots N_1} \bar{K}_1^* \quad (5)$$

となる。ここで

$$\bar{K}_i^* = \sum_{j=1}^{N_i} f_{ij}' K_{ij}, \quad \sum_{j=1}^{N_i} f_{ij}' = 1. \quad (f_{ij}': \pi_i \text{ 内部の } j \text{ の重み})$$

$$1 = \sum_{j=1}^{N_i} f_{ij} + f_{i-1}$$

である。

上の(5)式をみると、 K_i^* に及ぼす上流部の力学系の影響はさかのぼる

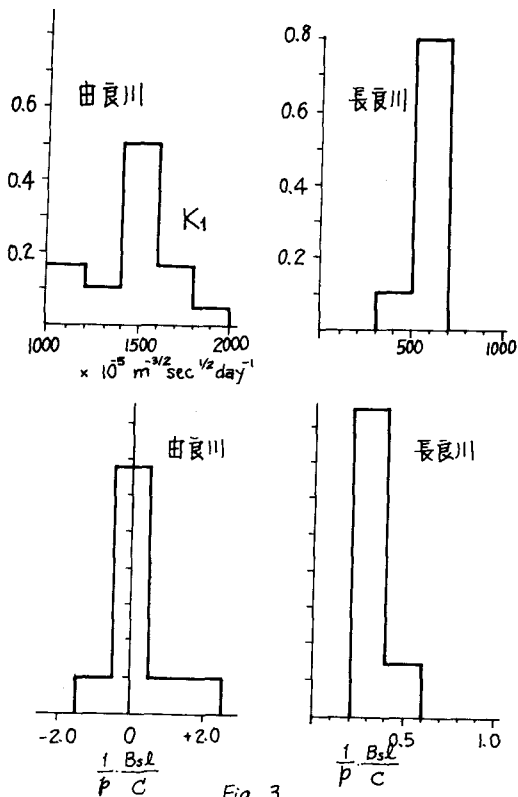


Fig. 3

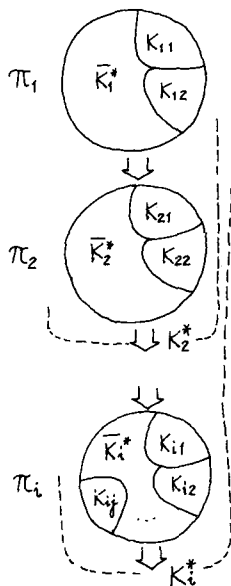


Fig. 4

ほど概して小さくなっていることが想像される。(詳しくは weight などについて検討せねばならない)。

いま、流出系における低減特性の平均化の様子を考える一つの糸口として、もっとも極端な場合、 $f_{ij} = f_{i-1} = 1/(N_i+1)$ すなわち、すべての weight が等しい場合を想定した。Fig. 5 は注目している一つの力学系 π_i 最下流端での低減特性に及ぼす上流側力学系 $\pi_i, \pi_{i-1}, \dots$ の低減特性 $\bar{K}_i^*, \bar{K}_{i-1}^*, \bar{K}_{i-2}^*, \dots$ の影響の程度、言い換えれば (5) 式の $\bar{K}_i^*, \bar{K}_{i-r}^*$ の係数の値を示した例である。a 図は $N_1 = N_2 = \dots = N$ とした場合、b 図は N_i が i の増加とともに増えた場合、c 図は N_i が i の増加とともに減少した場合である。

この図では weight を等しくしているの、実際の現象を直接表現するものではないが、このような極端な場合には、一つの懸集地帯その低減特性値はその懸集地帯の力学系の性質によって大きく支配される様子が伺われよう。

実際の流域では weight の如何いろいろな場合が起こりえようが、非常に特殊な場合では、流入水の如何にかかわらず最下流端の力学系の性質によって流域全体としての低減特性が定まることも考えられる。4 で述べた由良川の例ではこれに似たことが起こっていると考えられる。また、実際の流域その低減特性は概して下流部の性質に支配されやすく、ある程度以上の上流部の性質は何段階かの平均化の結果、下流の性質に反映しないようになるであろう。

6. あ と が き

以上、流域における低減特性の平均化について考えた。こうした問題については、まずラングスケールの問題があるとともに、平均化の weight など実際の流出問題を明らかにするにはなを未知の問題が多い。

低減特性の分散の状態、あるいはより合理的な weight を考慮した場合については検討しているが、集合原理を基礎とした (4) 式が低減特性の平均化過程、そして統計的な扱いにも有用となるのではないかと考えている。

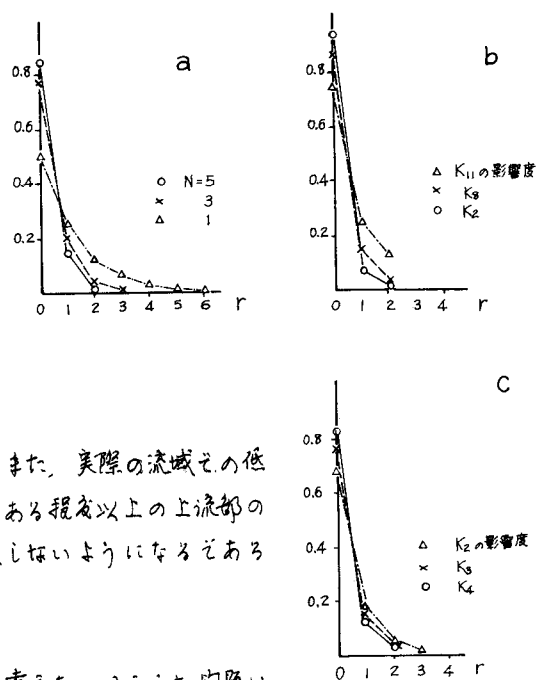


Fig. 5