

II-115 流出系における Lumped Scale について

京都大学工学部 正員 高橋琢馬

1. はしがき；河川流出系の解析という場合、降雨と流出流量の対応モデルおよび流出モデルの組み立てが問題になる。従来から、多くのモデルが提案されてきたが、大別すれば

Black Box Model と Process Model

の二つである。前者は系内の内部機構についてほとんど問題にしないもので、単位函数がその代表的なものである。後者は系内の内部機構を解析し雨水流を追跡するもので、特性曲線法がその代表的なものである。こうしたモデルの分類は、もとより分布系である流出系の集中系への変換をどのように考えるかという問題と対応しており、この場合に Lumped Scale (集中化スケール) が重要となるわけである。

Lumped Scale には、流域のスケール、流域特性に関連した距離スケールおよび雨水流の流下過程と関連した時間スケールの三つのスケールが関係し、この三つが組み合わさって Lumped Scale が決まるとするのである。

== 以下、そのうちの距離スケールについて述べる。この場合、河川地形を Horton-Strahler 位數化系とし、河道配列については三つの統計則が成り立つものとする'。

2. 距離スケールと幾何学的相似則：距離スケール（たとえば、地形図の縮尺）によって河川河道の位數化が必要となることは当然であるが、河道配列の統計則の理論の前提から、ネットワークのトポロジ-的構造は変化する。問題となるのは、地形量の変化であるが、地形量の間は距離スケールによって変化し、この関係を見出せることは、分布系を集中系に置きかえてモデル設定を行うために極めて重要である。

(1) 河道密度と河道幅度：単位面積あたりの河道長を河道密度 D ，単位面積あたりの河道数を河道幅度 F とするが、その定義と計量地形則から、それぞれ

$$D_n = \sum_{u=1}^n N_u L_u / A_n = \bar{L}_1 / \bar{A}_1 \cdot (R_b / R_n)^{n-1} \cdot \left\{ (R_b / R_n)^n - 1 \right\} / (R_b / R_n - 1) \quad (1)$$

$$F_n = \sum_{u=1}^n N_u / A_n = 1 / \bar{A}_1 \cdot R_n^{n-1} \cdot (R_b^n - 1) / (R_b - 1) \quad (2)$$

で与えられる。== には、 u は位數、 n は最大位數、 N_u は位數 u (以下 O_u) の河道数、 L_u は O_u の河道長、 A_n は流域の全面積、 R_b, R_n, R_n はそれぞれ流域比、河道長比、面積比であり、 $\bar{L}_1$ と $\bar{A}_1$ は O_1 の河川系における単位セルの河道長と面積の平均値である。

河道配列の統計則から、 $R_b = 4$ ， $R_n = 2$ ， $R_n = 4$ であるから

$$D_n = \bar{L}_1 / \bar{A}_1 \cdot 2 \cdot (1 - 2^{-n}) \dots (3) \quad F_n = 1 / \bar{A}_1 \cdot 4 / 3 \cdot (1 - 4^{-n}) \quad (4)$$

(2) 河川の幾何学的相似則と距離スケールに関する変量：Melton は非常に多くの水系を調べ

$$F_k/D_k^2 = 0.694 \quad (5)$$

の関係が成り立つことを実験的に示した²⁾。この指摘は、上の関係が性質の違った多くの水系で成り立つことを、距離スケールによって不変であるという点で重要である。(2)式と(3)式を理論的關係から、

$$F_k/D_k^2 = \bar{A}_1/\bar{L}_1^2 \cdot 1/3 \cdot (2^{k+1})/(2^k-1) \quad (6)$$

が得られ、これから

$$\bar{A}_1/\bar{L}_1^2 \geq F_k/D_k^2 \geq 1/3 \cdot \bar{A}_1/\bar{L}_1^2 \quad (7)$$

となり、この関係を示すときは仮定する程度大々から

$$F_k/D_k^2 = 1/3 \cdot \bar{A}_1/\bar{L}_1^2 \quad (8)$$

としてよい。この理論的定数は Melton の値から

$$\bar{A}_1/\bar{L}_1^2 = 2.082 \div 2 \quad (9)$$

となり、単位セルの面積と河道長の間には、要するに流域の幾何学的相似則が成り立つ。

つまり、距離スケールについて考えよう。ある流域を対象として距離スケールが1単位小さくなるということ、地形図の上で数値化河道系を最小単位が一つ大きくなり、最小単位が一つ小さくなることを意味する。すなわち

$$\begin{array}{ccc} \text{距離スケール1単位小} & \begin{array}{c} \bar{A}_1 \\ \bar{L}_1 \end{array} & \begin{array}{c} \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \begin{array}{c} \bar{A}_2 \\ \bar{L}_2 \end{array} \end{array}$$

と考えることができる。これは3が前述したより、 $\bar{A}_2 = 4\bar{A}_1$, $\bar{L}_2 = 2\bar{L}_1$ であるから距離スケールが1単位小さく、 k とするとき

$$F_{k+1}/D_{k+1}^2 = 4\bar{A}_1/(2\bar{L}_1)^2 \cdot 1/3 \cdot (2^{k+1}+1/2^{k+1}-1) \div \bar{A}_1/\bar{L}_1^2 \cdot 1/3 = F_k/D_k^2 \quad (10)$$

となり、この関係は、距離スケールによって不変である。すなわち、Melton が示した実験的關係と理論的相似則は相符合する。さらに、上の関係から

$$\bar{A}_n/\bar{L}_n^2 = \bar{A}_{n-1}/\bar{L}_{n-1}^2 = \dots = \bar{A}_1/\bar{L}_1^2 = 2 \quad (11)$$

という、数値化河道系における地形量の間には幾何学的相似則が成り立つことが指摘できる。

3. 結論： 以上は Lumped Scale の要素の一つである距離スケールについて説明し、距離スケールによる不変性とその仮定する流域の幾何学的相似則を述べた。

補遺事項は、時間スケールと時間スケールおよび距離スケールとの関係を通じて、流出系にあるべき Lumped Scale をさらに明らかにする予定である。

参考文献： 1) 石原藤治郎、高橋和夫、流域形態：河道配列の統計則に関する基礎的研究、京大防災研究所年報、第12号、1984。 2) Chow, V. T. : Handbook of Applied Hydrology, McGraw-Hill, 1964