

II-108 開水路における内部境界層の発達機構

東京工業大学 正員 吉川秀夫

同上 正員 福岡健二

日本テトラポッド(株) ○ 前田 建

株式会社向組 湊 隆一郎

1. まえがき

十分に発達した境界層をもつ一様粗度上の流れが、異った粗度上を流れる時粗度の不連続点から新しい境界層の発達がみられ下流方向に徐々にその厚さを増す。前者を外部境界層、後者を内部境界層と呼ぶ。流れが粗度の不連続点に入ると、新しい粗度に応じた境界層はすぐには発達せず当然外部境界層と内部境界層が相互に影響し合い、十分なる流下後に両層の一致が見出される。内部境界層の発達機構に關しては空気流で行なわれた Elliott⁽¹⁾の研究がある。Elliott は流体が無限まで広が、ていゝと考えて、境界層内の流量変化は全体に対して影響を及ぼさないと考えたが開水路のように自由表面が存在し内部境界層が水深に比して無視出来ないような大きさをもつ流れには流量の連続条件と重力の影響は重要であり Elliott の解の適用性には疑問がある。又開水路流の内部境界層について林⁽²⁾は実験的に調べている。

2. 理論解析

$x < 0$ で一様粗度 Z_0

$x \geq 0$ で一様粗度 Z_1 上の流れを考える。

$x \leq 0$ で既に十分境界層が水面に到達している状態を考えると内部と外部境界層の境界面に強い剪断力 τ_0 が働く。内部境界層内に *control-volume boundary* B C D E を考えると、(図-1) 運動量方程式は

$$-\frac{d}{dx} \int_0^H \rho U^2 dz dx + U_0 \frac{d}{dx} \int_0^H \rho U dz dx = \frac{d}{dx} \int_0^H P dz dx - \int_0^{H+\frac{dH}{dx}} P dz + \tau_0 dx - \tau_1 dx - \int_0^H \rho g \delta \sin \theta dx \quad (1)$$

ここに δ は内部境界層厚である。

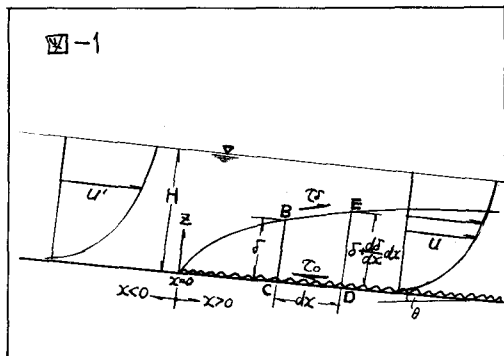
圧力 P を静水圧分布、水深 H を一定と仮定すると方程式(1)は

$$-\frac{d}{dx} \int_0^H U^2 dz + U_0 \frac{d}{dx} \int_0^H U dz = \frac{\tau_0}{\rho} - \frac{\tau_1}{\rho} - g \delta \sin \theta \quad (2)$$

速度分布を(図-2)のように仮定する。すなわち

$x < 0$

$$U = \begin{cases} 0 & (0 \leq z \leq z_0') \\ \frac{U_*}{K} \ln \frac{z}{z_0} & (z_0' \leq z \leq H) \end{cases} \quad (3-1)$$



$$x \geq 0$$

$$u = \begin{cases} 0 & (0 \leq z \leq z_0) \\ \frac{u_*}{K} \ln \frac{z}{z_0}, & (z_0 \leq z \leq \delta) \\ \frac{u_*'}{K} \ln \frac{z}{z_0'} + \left(\frac{u_*}{K} \ln \frac{\delta}{z_0} - \frac{u_*'}{K} \ln \frac{\delta}{z_0'} \right) & (\delta \leq z \leq H) \end{cases} \quad (3-2)$$

prime をつけた物理量は内部境界層の外側の値を意味している。

流量の連続条件は

$$\int_{z_0'}^H \frac{u_*'}{K} \ln \frac{z}{z_0'} dz = \int_{z_0}^{\delta} \frac{u_*}{K} \ln \frac{z}{z_0} dz + \int_{\delta}^H \left\{ \frac{u_*'}{K} \ln \frac{z}{z_0'} + \left(\frac{u_*}{K} \ln \frac{\delta}{z_0} - \frac{u_*'}{K} \ln \frac{\delta}{z_0'} \right) \right\} dz \quad (4)$$

関係式(4)を整理すると

$$\begin{aligned} u_* &= u_*' \left(1 + \frac{m \cdot n \ln m + 1 - m}{m \cdot n \ln z_1 - m z_1 + m} \right) \\ &= u_*' \left(1 + \frac{A}{f} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

ここに

$$z_1 = \frac{\delta}{z_0}, \quad m = \frac{z_0}{z_0'}, \quad n = \frac{H}{z_0}, \quad A = m \cdot n \ln m + 1 - m, \quad f = m \cdot n \ln z_1 - m z_1 + m$$

(2)式と(5)式を連立で解くのであるがこのみつもりが問題となる。ここでは Elliott と同様に

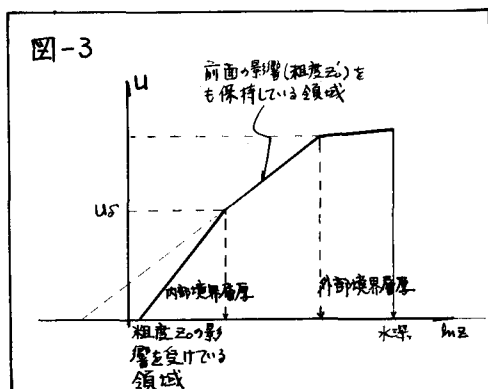
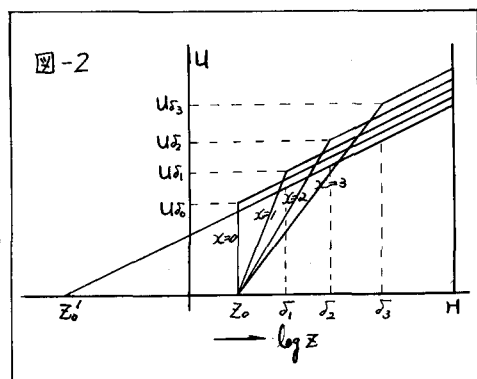
$$\tau_0 = \rho u_*'^2, \quad \tau_0 = \rho u_*^2$$

として計算する。その時下式を得る。

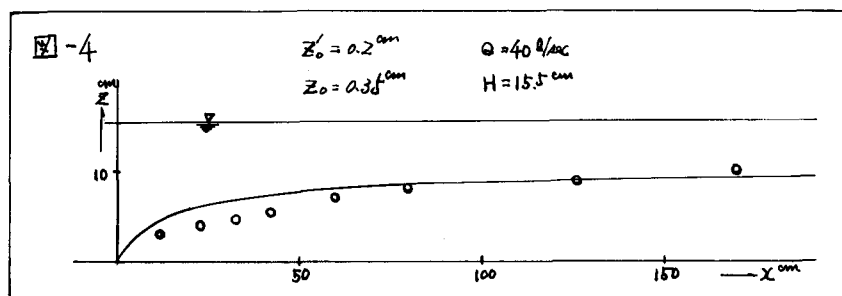
$$\int_1^{z_1} \frac{\frac{z_0}{K} (f+A)(m \cdot n \frac{1}{z_1} - m) A \{ z_1 (\ln z_1)^2 - 3 z_1 \ln z_1 - \ln z_1 + 4 z_1 - 4 \}}{(f+A)^2 \cdot f - f^3 - \frac{z_0 \cdot z_1}{H} f^3} dz_1 = \int_0^x dx \quad (6)$$

2. 実験結果と考察

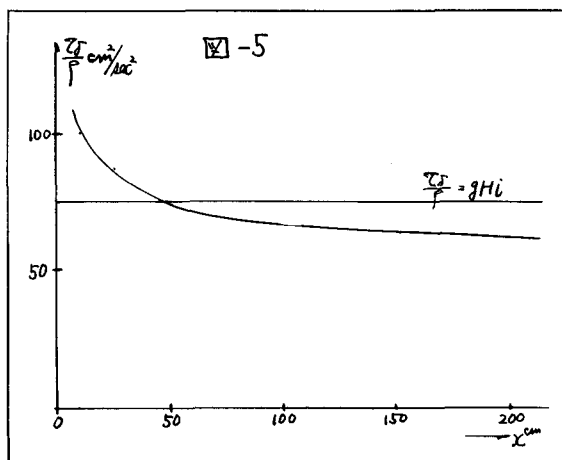
実験水路は長さ15m、巾0.4mの鋼製環流式可変勾配矩形断面水路である。x < 0 領域の粗度としては6mmにわたっておかれた鋼板上に10cm間隔に0.8x1.0cmの横粗度をはりつけたものを用い、x ≥ 0 領域は2cm型の谷モデル模型の2層積みテトラポッドを用いた。内部境界層厚は詳細な流速分布の測定から決定した。(図-3)は流速分布の概略図であり、内部境



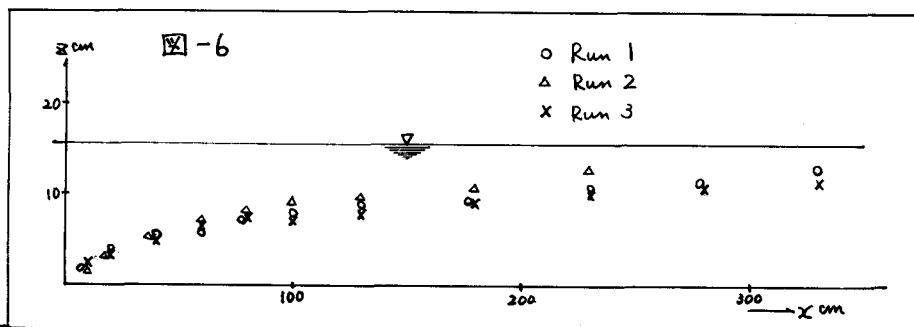
境界層厚は粗度の影響を受けている領域と粗度の影響をも保持している領域の速度分布の交差として決定した。このようにして求めた実験境界層厚と方程式(6)の数値積分で解いた結果の一例を(図-4)に示す。



上図は小さい x の付近で計算値は実験値より発達早い。これは主として境界面剪断力 τ_0 の仮定と粗度の不連続面での縮流のため(2)式の中で圧力勾配を無視したことに問題があるためであろう。(図-5)は実験境界層厚を用いて(6)式から τ_0 を計算したものである。計算値は小さい x では仮定値 $\tau_0 = \rho g H i$ よりも大きく、大きい x では τ_0 はやや小さい。この場合には平均的に内部境界層の発達は(6)式で表わされる τ_0 を $\tau_0 = \rho g H i$ のようにみつめるが問題として残る。(図-6)は $x < 0$ 領域の粗度が異なる場合について同一の水力条件下での内部境界層の発達状況を示す。Run 1は $x < 0$ の鋼板上に横粗度がなく、なめらかでありRun 2は鋼板はなめらかであるが水路上流端に境界層の発達を促かす格子を設けた場合、Run 3は鋼板上に横粗度をつけた場合である。Run 3はRun 1,



Run 2, に比し内部境界層の発達はやや緩慢である。これは(図-5)に示す議論と同様にRun 3の場合は他の実験ケースに比し τ_0 が大きくなり境界層の発達を抑えたためであろう。



1) Elliott W. P.: TRANS. A. G. U., Vol. 39, No. 6, 1958; 2) 林兼造, 池和大: 水24回年報, 昭和44年