

II-104 円柱橋脚周辺の流れの特性

京都大学 工学部 正員 中川 博次
京都大学 工学部 正員 ○鈴木 幸一

1. はじめに

河床変動現象は流れの場と河床境界面との相互作用によるものであって、特に構造物周辺の局所洗掘では流れの三次元特性や渦の発生によってその機構はきわめて複雑である。したがって橋脚周辺の局所洗掘を考える場合、まず初期の段階を対象として流れの特性を正確に把握し次にその流れの河床面への作用力と河床構成材料の運動との関係を明らかにするというステップを踏まざるを得ないであろう。本研究では、開水路におかれた円柱の周りで主流がゆるやかに曲がる領域について上流側の二次元せん断流のもつ渦度成分が変形していわゆる二次流が発達していくものと考え、主流をポテンシャル流とし、それからの擾乱流を考えることによって流速分布および流れの河床面への作用力について理論的、実験的考察を加えた。

2. 渦度成分

図-1のような座標系において接近流はx方向にUでz方向のみに変化する二次元流でありU=1のときの二次元(x, y-平面)ポテンシャル流の速度ベクトルを $\vec{U}$ とすると $U\vec{U}$ は基本的擬二次元流を表わす。これから少しだけずれた量を $\vec{v}$ とすると任意点の流速は $(U\vec{U} + \vec{v})$ となる。W. R. Hawthorne¹⁾は渦度保存式、

$$\text{rot.} \{ (U\vec{U} + \vec{v}) \times \text{rot.} (U\vec{U} + \vec{v}) \} = 0$$

をこのような流れにおいてベクトル解析することによって、 $|\vec{v}| \ll |\vec{U}|$ の仮定のもとに $\vec{v}$ による $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ 方向の渦度成分を求めた。すなわち、

$$\xi = 2 \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right) \theta \int \frac{d\theta}{\theta^2}, \quad \eta = \frac{1-\theta^2}{\theta} \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right), \quad \zeta = 0 \quad (2)$$

ただし、 θ は流線接線とx軸とがなす角である。主流αもつ渦度は $\vec{\omega}_0 = \text{rot}(U\vec{U}) = \xi_0 \vec{x} + \eta_0 \vec{y} + \zeta_0 \vec{z} = 0 \cdot \vec{x} + \theta \frac{\partial U}{\partial z} \vec{y} + 0 \cdot \vec{z}$ であるから全渦度成分は $\partial U / \partial z$ で無次元化して、

$$\xi_1 = \frac{\xi + \xi_0}{\partial U / \partial z} = 2\theta \int \frac{d\theta}{\theta^2}, \quad \eta_1 = \frac{\eta + \eta_0}{\partial U / \partial z} = \frac{1}{\theta}$$

$$\zeta_1 = \frac{\zeta + \zeta_0}{\partial U / \partial z} = 0 \quad (3)$$

円柱の周りのポテンシャル流流線に沿って数値計算すると、 ξ_1, η_1 は図-2, 3 のようになる。

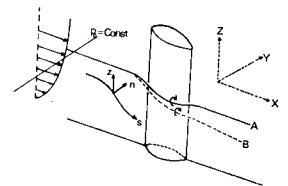


図-1 座標系

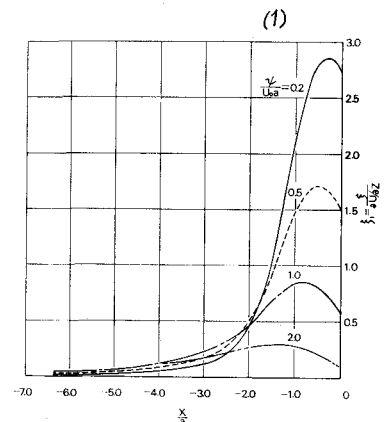


図-2 渦度成分 ξ_1 の変化図

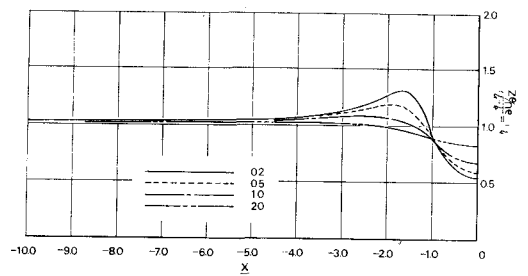


図-3 渦度成分 η_1 の変化図

3. 流速 U_s, U_n

流線 S 方向の流速を U_s , n 方向の流速を U_n , 鉛直方向の流速を $U_z \approx 0$ とすると, (3)式より,

$$-\frac{\partial U_n}{\partial z} = \xi_1 \frac{\partial U}{\partial z}, \quad \frac{\partial U_s}{\partial z} = \eta_1 \frac{\partial U}{\partial z} \quad (4)$$

これを積分し, U_{s1}, U_{n1} をそれぞれ水面での流速とすれば,

$$\frac{U_{s1} - U_s}{U_{n1} - U_n} = -\frac{\eta_1(s, n)}{\xi_1(s, n)} \quad (5)$$

となり, Johnstone が実験的に求めた図-4 のようないわゆる, 三角形モデル²⁾において領域2の存在を示している。Johnstone が使っているパラメータ A は η_1/ξ_1 となり図-2.3 によつて (S, n)

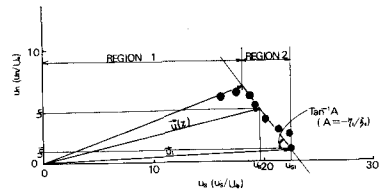


図-4 三角形モデル

平面で求めることができ。なお領域1は壁面近くで粘性による影響が強く, (1)式の右辺 $K - U_*'^2/\nu$ という拡散項を加えて解かれなければならない領域である。いざ領域2に対して開水路乱流の流速分布として対数則,

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{U_*}{K} \frac{1}{z} \quad (6)$$

また, 厚さ δ の領域1に対して層流底層を考へそこでの分布は,

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{U_*^2}{\nu} \left(1 - \frac{z}{\delta}\right) \quad (7)$$

で与えられるものとする。ただし, U_* は十分に上流側での摩擦速度, K はカルマン定数である。(4)に(6),(7)を代入し $z' (=z/\delta) = 0$ で $U_s = U_n = 0$, $z' = \delta' (= \delta/\delta')$ で乱流域と層流域が接続するという条件のもとで積分すると,

$$0 \leq z' \leq \delta' \quad ; \quad \frac{U_s}{U_*} = \frac{\eta_1 U_* \delta}{\nu} \left(z' - \frac{z'^2}{2}\right) \quad (8)$$

$$\frac{U_n}{U_*} = \frac{\xi_1 U_* \delta}{\nu} \left(z' - \frac{z'^2}{2}\right) \quad (9)$$

$$\delta' \leq z' \leq 1 \quad ; \quad \frac{U_s}{U_*} = \frac{\eta_1}{K} \ln \frac{z'}{\delta'} + \frac{\eta_1 U_* \delta}{\nu} \left(\delta' - \frac{\delta'^2}{2}\right) \quad (10)$$

$$\frac{U_n}{U_*} = -\frac{\xi_1}{K} \ln \frac{z'}{\delta'} + \frac{\xi_1 U_* \delta}{\nu} \left(\delta_n' - \frac{\delta_n'^2}{2}\right) \quad (11)$$

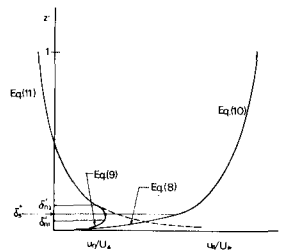


図-5 流速分布概念図

$\delta'_s (= \delta_s/\delta')$ については, $z' = \delta'$ で乱流域と底層が連続するものとすると $\eta_1 = \eta_2$ より, $\delta'_s > \delta_n'^2$ と仮定すると, $\delta'_s = \nu/K\eta_1 U_*$ となる。たとえは, Kármán 定数 $K = 0.4$, $\nu = 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{sec}$, $\delta = 10 \text{ cm}$, $U_* = 2.0 \text{ cm/sec}$ に対して $\delta'_s = 1.25 \times 10^{-3}$ となり, $\delta'_s = 0 (10^{-2} \text{ cm})$ である。 $\delta_n' (= \delta_n/\delta')$ については乱流域を支配する慣性力によつて生じる渦度は負であり, 粘性によるものは正であるため連続において遷移領域を想定する必要がある。すなわち, 底面ごく近くで(9)式で表わされる領域 $0 \leq z' \leq \delta_n'$, 底面からはなれて(11)式で表わされる領域 $\delta_n' \leq z' \leq 1$ およびそれらの遷移領域 $\delta_{n1}' \leq z' \leq \delta_{n2}'$ とにわけられる。以上(8)式~(11)式を概念的に図示すれば図-5 のようになる。

4. 底面せん断応力

底面近くα層流底層内でのせん断応力は $\tau_s = \mu \frac{\partial u_s}{\partial z}$, $\tau_n = \mu \frac{\partial u_n}{\partial z}$ と表わされ u_s, u_n に便宜的に(8),(9)式を用いると, $\tau_s = \mu \frac{\gamma U_*^2}{D} (1-z')$, $\tau_n = \mu \frac{\gamma_1 U_*^2}{D} (1-z')$ となり, 底面での τ_{s0}, τ_{n0} は $z'=0$ を代入すると, $\tau_{s0} = \rho g_1 U_*^2$, $\tau_{n0} = \rho \gamma_1 U_*^2$ となる。したがって, $\tau_0 = \sqrt{\tau_{s0}^2 + \tau_{n0}^2}$ および, これとポテンシャル流線とのなす角を α とすると,

$$\frac{\tau_0}{\rho U_*^2} = \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma^2}, \quad \tan \alpha = \frac{\tau_{n0}}{\tau_{s0}} = \frac{\gamma_1}{\gamma} \quad (12)$$

となる。

5. 実験

実験は全長14m, 幅98cm, 深さ30cmの長方形断面の一部透明アクリル製(円柱設置場所)の木製水路で行なった。底面せん断応力はプラスチック管で測定し, 流速は(S,H)平面で流向に向けるプラントル型ピトー管によって測定した。図-6に示される測定点について測定した結果の一部を示すと, 図-7, 8のようである。実験条件は $Q=34.8$ l/sec, $h_0=13.62$ cm, 平均流速 $U_0=26.05$ cm/sec, $U_* = 1.49$ cm/sec である。

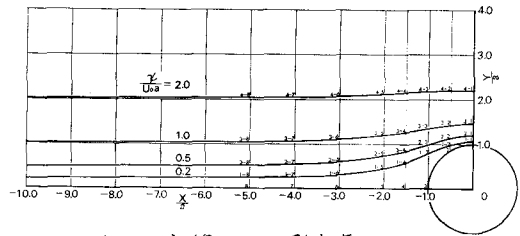


図-6 流線および測定点

U_s/U_* 図の U_s/U_* の実線は(14)式であって, γ' は一定としている。測点3-6, 5, 4と流線 $\gamma/U_* = 1.0$ に沿って流速分布をみると理論値がやや小さいのは分布形としてはよく似ており, 測点3-1すなわち円柱の側面では, γ の理論値が小さく実際の流れを十分表わすことができない。図-8は $x/A = -2.0$ における各流線 $\gamma/U_* = 0.5, 1.0, 2.0$ での流速分布であって, 図-3の γ の変化図をみると $x/A = -2.0$ における各流線間で γ にかなり違いがあるからこれを比較することは興味がある。測点3-5, 4-5については実験値が小さいが分布形も一致しておりほぼ理論値であることがわかる。しかし, 円柱に最も近い測点2-5では実験値が理論値よりかなり小さくなる。測点3-1, 2-5のように円柱に近く近いところを除くは(14)式によって U_s の分布が表すできる。

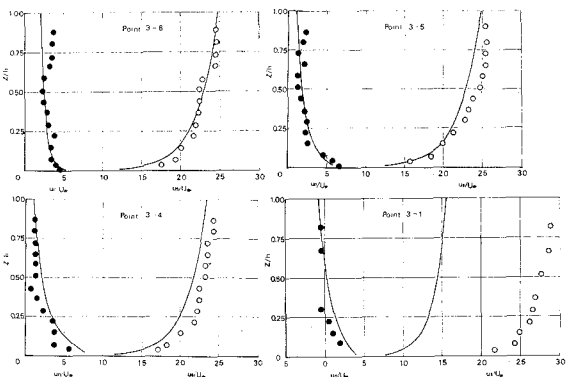


図-7 流速分布

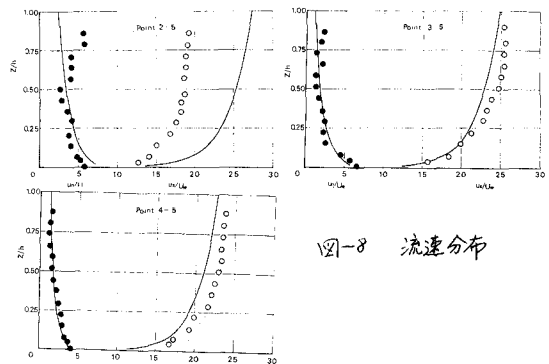


図-8 流速分布

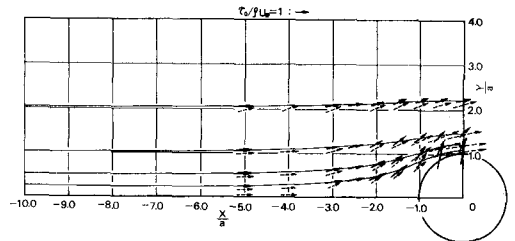
U_n/U_* U_n については(15)式によって求める場合 γ_n を流下方向に一定とすると考えるのは実験現象を満足に表現できない。実際には U_s, U_n について

連続の関係が成り立つ条件のもとに分布形を求めるべきであるが、 α や β の複雑な変化率を含むため厳密な解を得ることができません。ここでは便宜的に表面流速 U_{s1} の実測値を用いて分布形を調べるとします。図-7, 8 の U_{s1}/U_{∞} についての実線は、

$$\frac{U_{s1}}{U_{\infty}} = -\frac{\xi_1}{\kappa} \ln \xi_1' + \frac{U_{s1}}{U_{\infty}} \quad (18)$$

であって、黒丸で示したものが実測値である。ピトー管の測定精度等を考えると水面近くを除いて、分布形はほぼ理論値と実測値とは一致している。

$\tau_0/\rho U_{\infty}$, $\tan \alpha$ 図-9 は底面でのせん断応力の大きさおよび方向を示したものであって、実線で示された矢印は (12) 式によって求めた理論値であって点線の矢印が実測値である。円柱のごく近くにおいては特にせん断応力の向きに著しい不一致があるが円柱から少し離れたところではほぼ一致している。



円柱にごく近い側面では τ_0 は上流側のせん断応力 ρU_{∞} の 3~4 倍 (実測値) にもなっている。円柱の側面を除くのは (12) 式によって底面せん断応力の大きさと方向を決定してもよいであろう。

6. あとがき

円柱に近いところで理論と実験が一致しないのは、そこでは、この誘導過程での仮定 $|\vec{v}| \ll |\vec{v}|$ が成り立たないからであって、円柱にごく近い領域では三次元的な境界層の剥離によるいわゆる馬蹄形渦が発生するため、これを考慮した全く別個の考え方をする必要があります。しかしその領域の外では、ほぼ実験値は理論解析の妥当性を示しているといえるよう。また、いわゆる層流底層についてはその層厚が非常に小さく今回の実験では認めることができなかった。

参考文献

- 1) Hawthorne, W. R. ; The Secondary Flow About Struts and Airfoils, Jour. of the Aeronautical Sciences, Sep. 1954, pp 588~608
- 2) Johnstone, J. P. ; On The Three-Dimensional Boundary Layer Generated by Secondary Flow, Trans. A.S.M.E., March 1960, pp 233~250