

九州大学工学部 正員 上田年比古
 " " 〇 埜口英昭

1. まえがき

潜り堰に関する研究は、流量公式に關しての若干の實驗的研究があるのみで、堰近傍における流れの特性に關する研究はあまり例をみないようである。潜り堰下流部の流れは、段落による断面急拡大と類似の現象と見なせるであろう。段落部の流れに關しては⁽²⁾ 芦田や橋平野らの研究があり、特に後者は段落流の特性を拘束された流れの場における噴流と類似の現象としてとらえ、表面流速の低減、はく離領域の長さなどに良い結果を得ているが、逆流部の流速に問題を残しており、フルード数の影響にもふれていない。筆者は、連続の式、運動量の式およびエネルギー積分方程式を適用して解析を行ない、實驗結果との比較を行なった。また堰付近のはく離形について若干の實驗的考察を行なったので、ここに報告する。

2. 實驗裝置と方法

實驗は巾60cm、深さ60cmのアクリライト張り水路で行ない、流速測定は正逆両用のプロペラ流速計(径8mm)により行なった。はく離形は流速計の正逆の回転数が同一となった、平均流速がゼロの点を結んで決定した。また、reattaching pointの位置は色素注入によって決定した。

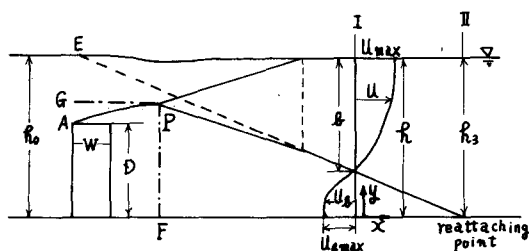


図-1. 流れのモデル

3. 流れのモデル

堰頂部A点で発生するはく離は、次第に発達してP点で最高となる。ここでは、P点から下流の流れを図-1に示すように、GPFに段落部をもつ流れに類似すると考え、段落部の研究で橋らの用いたモデルと同様に、P点から下流部は拘束された流れの場における二次元噴流とみなす。噴流に連行される流量の補給のために水路床と噴流の間には逆流域が形成される。段落部における橋らの實驗では、噴流域と逆流域の境界は直線を仮定しており、ここでも、噴流巾 b はP点からの距離に比例し、自由噴流と同様に混合の中心を水面Eにもつと仮定する。

4. 堰頂付近のはく離形状

A点を原点とし、流れ方向にX軸を、水面方向にY軸をとり、 $S_x(=1-P/b_0)$ をパラメータとして、はく

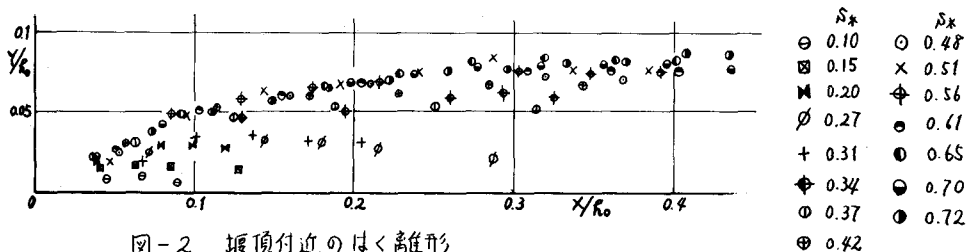


図-2 堰頂付近のはく離形状

離形の測定値をプロットしたのが図-2である。これによると、 S_k が大きくなるにつれて、はく離形も発達していくが、 $S_k \approx 0.6$ ではほぼ一定の形となり、 $S_k > 0.6$ では、はく離は一定の形を保つ。図-3は、はく離最高点P(X_p, Y_p)の変化の様子を示している。 X_p, Y_p とも S_k に関して直線的な変化を示しており、 $S_k > 0.6$ では X_p, Y_p ともに一定値をとるとみなせるであろう。したがって近似的には、

$S_k < 0.6$ では

$$X_p = 0.6(R_0 - D), Y_p = 0.14(R_0 - D)$$

$S_k > 0.6$ では

$$X_p = 0.36 R_0, Y_p = 0.08 R_0$$

(1)

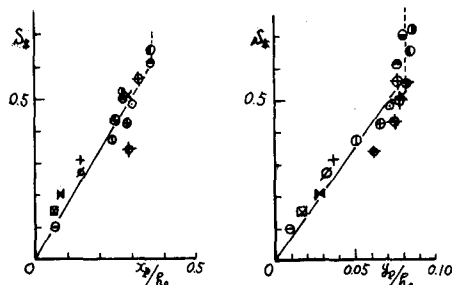


図-3 はく離最高点Pの変化

なお、これらの実験は堰巾Wの異なるいくつかの堰について行なったものであるが、堰巾がはく離形に与える影響は比較的小さいと思われる。

5. 流速分布

噴流域および逆流域における深さ方向の流速分布の測定値が図-4である。自由噴流における Tollmien や Schlichting の流速分布式と、これらの測定値を比較してみると、はく離境界付近では多少のずれがあるが、傾向としては自由噴流と類似しており、したがって潜り堰下流部の噴流域においても流速分布の相似則が成立すると見なしてよいであろう。また、逆流域の流速分布は測定結果の報告もあまり見かけぬようであるが、筆者の実験においても、乱れによる変動がはげしくあまり良いデータを得ることは出来なかったが、流速分布の相似則はかなりの程度成立すると見なし得る。以上のことから、噴流域、逆流域ともに流速分布の相似性を仮定して次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} \text{噴流域 } (R-b < y < R) : \frac{u}{u_{\max}} &= f_1(\eta), \quad \eta = \frac{R-y}{b} \\ \text{逆流域 } (0 < y < R-b) : \frac{u_b}{u_{b\max}} &= f_2(\eta), \quad \eta = \frac{y}{R-b} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに、 $u_{\max}$:表面流速、 $u_{b\max}$:逆流部最大流速、 R :水深、 y :水路底からの距離である。

6. 表面流速および逆流部流速

噴流域において、流れの方向に x を、それに直角に水路底から y をとり、二次元の運動方程式に x 方向の平均流速 u を乗じて、水面方向に積分すると、

$$\frac{d}{dx} \int_0^R \rho \left(\frac{u^2}{2} + g R u \right) dy = - \int_0^R \tau \frac{du}{dy} dy \quad (3)$$

これはエネルギー積分方程式である。セシ断カでは Prandtl の仮定を用いて表わし、また、混合距離 l は噴流中毎に、 b は x に比例すると仮定すると、

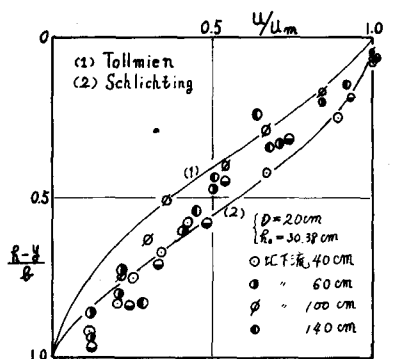


図-4(a) 噴流域流速分布

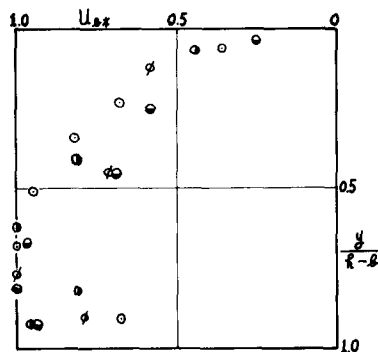


図-4(b) 逆流部流速分布

$$\tau = \rho l^2 (du/dy)^2, \quad l = kb, \quad b = \sigma x \quad (4)$$

となる。ここに σ および k は定数である。逆流域を考慮して(3)式を変形すると、

$$\frac{d}{d\xi} \left[\frac{C_3}{2} b_* u_*^3 + \frac{D_3}{2} d_* u_{*k} + \frac{r_*}{F_{r3}^2} \right] = -K^2 \left[-C_4 u_*^3 + \frac{b_*^2}{d_*^2} u_{*k}^3 D_4 \right] \quad (5)$$

となる。断面I, II間で連続の式および運動量の式を考えると、

$$C_1 b_* u_* + D_1 d_* u_{*k} = 1 \quad (6)$$

$$C_2 b_* u_*^2 + D_2 d_* u_{*k}^2 - \beta_3 = (1 - r_*^2)/2F_{r3}^2 \quad (7)$$

ここに、 $u_* = u_{\max}/U_3$, $u_{*k} = u_{k\max}/U_3$, $d_* = d/r_*$, $b_* = b/r_*$, $r_* = r/r_*$, $\xi = x/r_*$

$$C_1 = \int_0^1 f_1(\eta) d\eta, \quad C_2 = \int_0^1 \{f_1(\eta)\}^2 d\eta, \quad C_3 = \int_0^1 \{f_1(\eta)\}^3 d\eta, \quad C_4 = \int_0^1 \{f_2(\eta)\}^3 d\eta$$

$$D_1 = \int_0^1 f_2(\eta) d\eta, \quad D_2 = \int_0^1 \{f_2(\eta)\}^2 d\eta, \quad D_3 = \int_0^1 \{f_2(\eta)\}^3 d\eta, \quad D_4 = \int_0^1 \{f_2(\eta)\}^3 d\eta$$

U_3 : IIにおける平均流速, β_3 : 運動量補正係数で $\beta_3 = C_2/C_1^2$ である。

(6),(7)式から u_{*k} を消去して r_* を求めると、

$$r_* = \{-B + \sqrt{M}\} / 2A \quad (8)$$

$$\left\{ \begin{aligned} A &= C_1^2 \beta_0 u_*^2 + d_*/2F_{r3}^2, & B &= C_2 u_*^2 d_* - 2C_1 \beta_0 u_* (1 + C_1 d_* u_*) \\ C &= -C_2 d_*^2 u_*^2 + \beta_0 (1 + C_1 u_* d_*)^2 - \beta_3 d_* - d_*/2F_{r3}^2 \\ M &= B^2 - 4AC \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} dh_*/d\xi &= \chi_1 du_*/d\xi + \chi_2 dd_*/d\xi \\ \chi_1 &= \frac{2d_*}{\sqrt{M}} \left\{ (C_2 u_* d_* - C_1 \beta_0 - C_1^2 \beta_0 u_* d_*) + \frac{1}{A} \left[(C_2 u_* d_* - C_1 \beta_0 - 2C_1^2 \beta_0 u_* d_*) \left(\frac{B}{\sqrt{M}} - 1 \right) \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. + \frac{C_1 \beta_0 u_*}{A} (B - \sqrt{M}) - \frac{2C}{\sqrt{M}} C_1^2 \beta_0 u_* \right] \right\} \\ \chi_2 &= \frac{1}{d_*} \left\{ \frac{1}{A} \left[\frac{1}{\sqrt{M}} (BC_1 \beta_0 u_* + C_1^2 \beta_0 u_*^2) - C_1 \beta_0 u_* - \frac{C_1^2 \beta_0 u_*^2 B}{2A} + \frac{C_1^2 \beta_0 u_*^2 \sqrt{M}}{2A} \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\sqrt{M}} \left\{ C_2 u_*^2 d_*^2 + \beta_0 (1 - C_1 u_* d_*) (1 + C_1 u_* d_*) \right\} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここに、 β_0 : 逆流域の運動量補正係数で $\beta_0 = D_2/D_1^2$ である。

(5), (6), (9) 式より

$$\frac{du_*}{dd_*} = \frac{\sigma}{R} \left[-\frac{1}{\sigma} \left\{ \frac{u_*}{2} (\chi_2 - 1) (C_3 u_*^2 - \frac{3C_1 D_3 \chi_2^2}{d_*^2 D_1^3}) - \frac{D_3 \chi_2^3}{D_1^2 d_*^2} + \frac{\chi_2}{F_{r3}^2} \right\} + K^2 \left\{ -C_4 u_*^3 + \frac{D_4 (r_* - d_*)^2 \chi_2}{D_1^3 d_*^3} \right\} \right] \quad (10)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \chi_3 &= 1 - C_1 (r_* - d_*) u_* \\ R &= \frac{3}{2} (r_* - d_*) \left\{ C_3 u_*^2 - \frac{C_1 D_3 \chi_2^2}{D_1^2 d_*^2} \right\} + \frac{1}{2} u_* \left\{ C_3 u_*^2 - \frac{3C_1 D_3 \chi_2^2}{D_1^2 d_*^2} \right\} \chi_1 + \frac{\chi_1}{F_{r3}^2} \\ \xi &= -\sigma d_* \end{aligned} \right\}$$

したがって、基準点を *reattaching point* にとり、上流側に向って数値計算により(6),(8),(10)式を解けば表面流速、水深、逆流部流速を求めることができる。ただし、 $d_* = 0$ では(10)式右辺は無限大となるので、初期条件としては近似的に次式のようにする。

$$\left\{ \begin{aligned} r_* &= 1.0, \quad d_* \rightarrow 0, \quad u_{*k} = 0 \\ u_* &= 1/[C_1 (r_* - d_*)] \quad (11) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

噴流域の流速分布に関する定数は、自由噴流における *Schlichting* の式をもとに計算して、 $C_1 = 0.45$, $C_2 = 0.316$, $C_3 = 0.251$, $C_4 = -1.420$, $\beta_3 = 1.56$ とした。逆流部の流速分布に関する定数は、近似的に図-4(6)

より求め、 $D_1=0.78, D_2=0.68, D_3=0.63, D_4=5.8, \beta_0=1.12$ とした。混合距離 l は Tollmien の仮定を用いると $l=Cx$ であり、したがって (4) 式より $K=0.07$ となり、椿らの段落部における実験値 $\phi=7.3$ および, Tollmien の混合距離係数 $C=0.0174$ を用いると、 $K=0.127$ となる。

これらの値を用い U_0 をパラメータとして u_x を計算すると、図-5 のような結果となり、実験値の傾向をかなり良く説明できる。これによると、噴流が発達した領域ではフルード数の影響は小さいようである。また、噴流域における表面流速はほぼ $1/x$ に比例して減少しているが、これは椿らが段落部の研究で得た結果と近似しており、自由噴流よりかなり大まき低減を示す。以上のことから U_0 の小さい範囲では、近似的に次式で表面流速の低減を表わすことができる。

$$u_x = \frac{16.2}{\phi - 5} \quad (12)$$

($\phi = x'/R_3$; x' は reattaching point から上流側の距離)

図-6 には K を変化させた場合の u_x および u_{xx} の計算結果を示す。 K の値が変化しても u_x はあまり大きな変動を示さないが、 u_{xx} は K によってかなり大きく変化している。 u_{xx} については測定値も少ないので計算値の適否を断定することはできないが、定性的には、 $K=0.16$ 位にとると実験値の傾向とかなりよく一致する。

7. まとめ

潜り堰下流部の流れも、段落部の流れと同じく阿来された流れの場における噴流と類似の現象と考えてよく、ここでは、逆流部を考慮して連続の式、運動量の式およびエネルギー積分方程式を用いて解析することにより、かなり良い結果を得ることができた。しかし、混合距離に関する係数 K や、逆流部の流速分布に関する定数などにまだかなりの問題を残しており、今後さらに検討を必要とする。今回は、噴流が発達した領域での解析のみにとどまったが、さらに potential core の存在する領域での解析、堰の形状によるはく離形の変化などについて検討を進め、潜り堰近傍の流れの特性を解明していきたいと考えている。最後に、研究にあたって多くの助言をいただいた九州大学の平野宗夫氏に深く感謝いたします。

参考文献

- 1) 芦田：南水路断面急転部の水理に関する研究(2) 土木研究所報告, 105号の6 (昭.35)
- 2) 椿・平野：段落部における流れの特性と浮流砂のまき込みについて 九大工学集報, 第43巻3号

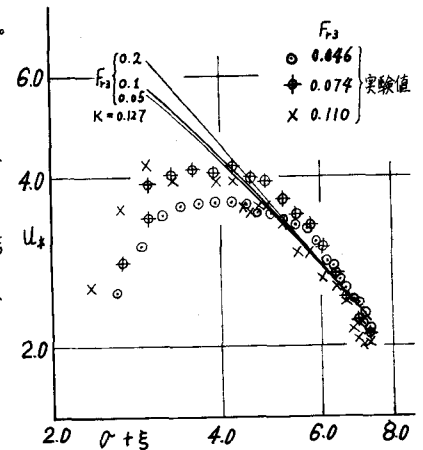


図-5 表面流速の変化

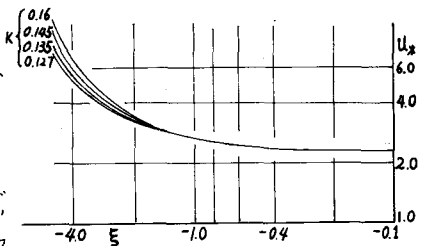


図-6 Kの値による u_x の変化

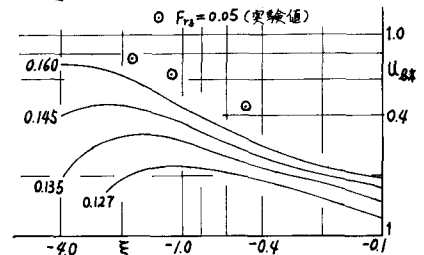


図-6 Kの値による u_{xx} の変化