

山梨大学工学部 正 員 荻原能男
山梨大学大学院 ○学生員 安田栄二

昨年度の年次学術講演会において、流出渦の形状などについて報告したが、その中で渦の不安定性などについて説明することができなかったため、今回それを定性的に説明できるような方法に主体をおいて報告することにした。

1. 理論

図-1, 2 のように座標系をとり、 u を r 軸方向の流速、 w を z 軸方向の流速として、一般的記号文字を用いて、連続の方程式を作ると、流量 Q は

$$\left. \begin{aligned} Q &= 2\pi r_0 h_0 u_0 \\ Q &= \pi (r_0^2 - r^2) w_0 \end{aligned} \right\} \text{----- (1)}$$

となる。これを考慮して、流速を平均的に取り扱って表わすと、

$$u = \frac{1}{2\pi r h} \frac{r^2 - r^2}{r^2 - r^2} Q \text{----- (2)}$$

$$w = \frac{h_0 - h}{\pi h_0 (r_0^2 - r^2)} Q \text{----- (3)}$$

一方、水面における流線の方程式 $dr/dr = w/u$ より水深 h に関して

$$h = \frac{c(r^2 - r^2)(h_0 - h_0)}{r_0^2 - r^2} \text{----- (4)}$$

なる基本式が得られる。これを次のような無次元量を用いて書きなおすと、

$$\begin{aligned} \xi &= r/r_0, \quad \xi_1 = r_1/r_0, \quad \eta = h/r_0, \quad \eta_0 = h_0/r_0, \\ \eta_2 &= H/r_0, \quad \mu = u/(Q/\pi r_0^2), \quad \nu = w/(Q/\pi r_0^2), \\ f &= (Q/\pi r_0^2)/\sqrt{2g r_0}, \quad \gamma = \nabla/(2Q/r_0), \end{aligned}$$

〈ここで H : 全水頭, $\nabla = 2\pi r v$ (循環), v : θ 方向の流速とする〉
流速 u, w , 水深 h , の無次元量はあのおの次式のようなになる。

$$\mu = \frac{\xi^2 - \xi_1^2}{2\xi\eta(1 - \xi_1^2)}, \quad \nu = \frac{\eta_0 - \eta}{\eta_0(1 - \xi_1^2)}, \quad \eta = \frac{\xi^2 - \xi_1^2}{(\xi^2 - \xi_1^2) + C(1 - \xi_1^2)} \cdot \eta_0 \text{----- (5)}$$

また、Bernoulli's Theorem によって $\frac{u^2 + w^2}{2g} + h + \frac{v^2}{2g} = H = \text{Const.}$ であり、同様にして無次元表示をすると、

$$\eta_2 = \eta + f^2(\mu^2 + \nu^2) + \gamma^2 \xi^2 / \xi \text{----- (6)}$$

となる。ここで $\xi = 1$ (すなわち、 $r = r_0$) と $\xi = \xi_1$ における全水頭が等しい (これを η_{20} とお) 条件より

$$C = \xi_1^2, \quad \eta_2 < (1 - \xi_1^2)/2\xi_1 \text{----- (7)}$$

が得られる。また任意の ξ に対しては $\eta_2 = \text{Const.}$ の条件は完全には満足されないが、もっともこの条件を満足させるためには

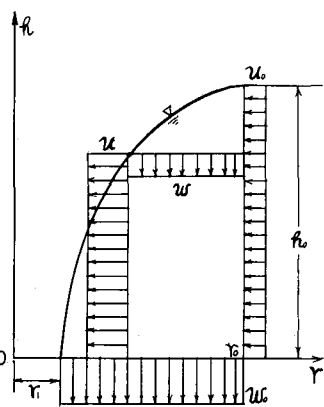


図-1

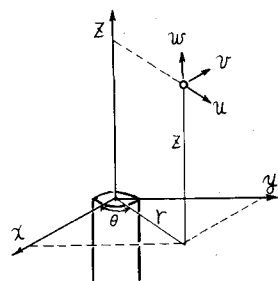


図-2

$$\eta^2 = \frac{4\eta^3 - f^2(4\eta^2 - 1)}{4\eta^2 f^2} \cdot \xi^2, \quad f^2 < \frac{4\eta^3}{4\eta^2 - 1} \quad \left. \vphantom{\frac{4\eta^3}{4\eta^2 - 1}} \right\} \quad (8)$$

$$\eta > \frac{1}{2}$$

でなければならない。

2. 実験値との比較

前述の理論と実験値とを比較するために 表-1 に示される実験資料をもとにして、 $1 > \xi > \xi_1$ の範囲の ξ に対して、水深 η 、流速 μ , ν , 全水頭 h , を計算した。

その結果の一部は 図-3, 4, に示されている。 ξ_1 は(7)式の条件を満足する範囲内で20種類について計算し、どの ξ に対して $\eta = \text{Const.}$ の条件がもっとも満足されるか調べるために、

$HSV = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\eta_i - \eta_0)^2$ の値を計算した。この HSV と ξ_1 の関係は 図-5, に示されるとおりである。

表-1

DATA No.	流出口径 D (cm)	流量 Q (l/sec)	水深 h_0 (cm)	f	η_0
3-6	9.05	4.046	7.27	0.668	1.607
7-4	8.02	8.450	14.62	1.887	3.683
7-6	8.02	6.744	13.69	1.506	3.414

3. 考察・結論

渦の水面形状は 図-3, 4, に示されるように、昨年の報告より良く一致するように改善された。多少のずれがあるのは、写真の読み取り誤差や理論式の不完全さからであろうと考えられる。

渦は極めて不安定であることが観察により良く知られている。それは今回紹介した理論によると、一流線に沿う全水頭 h が一定にならない点に原因があると思われる。図-5 に示した HSV は h が $\xi = 1$ より $\xi = \xi_1$ までの一水面上の流線に沿ってのばらつきを数量化したものである。HSV が大きいほど η は一定でない。観察した渦(図-3 と図-5 参照)は A 点にあり、HSV の大きいところにある場合もあり、中間にある場合もあって、必ずしも $\eta = \text{Const.}$ の条件を満足するよう傾向はないが、HSV が小さいほど渦は安定するものと考えられる。

今後、より多くの渦の観察と、理論式の修正をして、この点を明確にしたい。

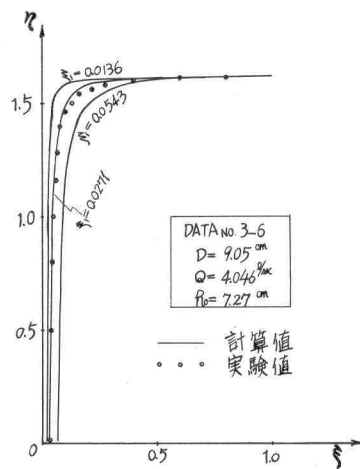


図-3

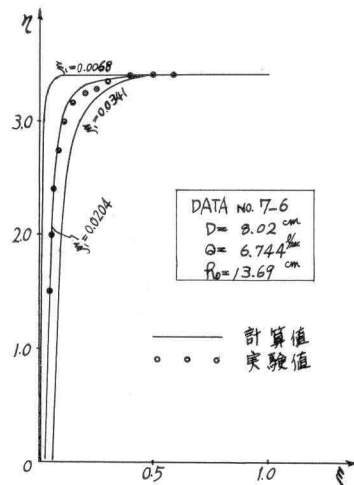


図-4

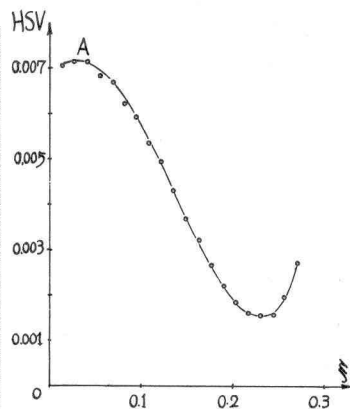
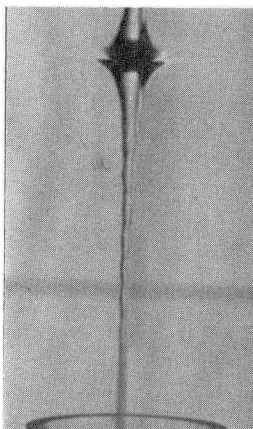


図-5