

II-85 密度差を伴う水平噴流について

九州大学 工学部 正員 橋 東一郎

〃 大学院 学生員 〇小松 利光

まえがき

密度差を伴う二次元水平噴流に於ても、流れは形成領域と確立領域に大別される。確立領域については玉井などの研究があるが、ここでは *potential core* の概念に基づき、形成領域について若干の考察を加えてみた。

密度 ρ_0 の流体が、高さ h_0 の slit から U_0 なる一様速度で、密度 ρ_w ($\rho_w > \rho_0$) の流体中に噴出する時の流れの模様を模式的に示すと図-1 のようである。すなわち流れの形成領域には、厚さ δ の *potential core* が存在し、底層流体との間に流速分布、密度分布が急変する厚さ h の中間層が存在する。

1. 流れを規定する基礎式 基礎式は、

$$\text{連続の式} \quad \frac{d}{dx} \int_0^\infty u dy = -V \quad \dots (1)$$

$$\text{運動方程式} \quad \frac{d}{dx} \int_0^\infty \rho u^2 dy = 0 \quad \dots (2)$$

$$\text{質量欠損の式} \quad \frac{d}{dx} \int_0^\infty u(\rho_w - \rho) dy = 0 \quad \dots (3)$$

であるが *potential core* 内の流速、密度は一樣で、 U_0 、 ρ_0 、中間層では相似性を仮定して次式を用いる。

$$u = U_0 f(\eta), (\rho_w - \rho) / (\rho_w - \rho_0) = m(\eta) \quad \eta = \frac{y - \delta}{h}$$

$$\text{また、} \quad \alpha = \int_0^1 f d\eta, \quad \beta = \int_0^1 m f d\eta, \quad \gamma = \int_0^1 f^2 d\eta,$$

$\theta = \int_0^1 m d\eta$ と定義する。 V は下層との境界における鉛直速度で、MORTON による連行係数の概念により、 $-V = E U_m = E \alpha U_0$ である。また $\Delta = \delta / h_0$, $H = h / h_0$, $\xi = x / h_0$ とすると上記の基礎式は次のようになる。

$$\frac{\alpha \Delta}{\alpha \xi} + \alpha \frac{\alpha H}{\alpha \xi} = \alpha \cdot E \quad \dots (4)$$

$$\Delta + \gamma \cdot H = 1 \quad \dots (5)$$

次に Ellison & Turner によると連行係数 E は、図-2

に示すように Richardson 数 $Ri = \frac{\rho_w - \rho}{\rho_w} \cdot \frac{g h}{U^2}$ の関数

である。 ρ として中間層の平均値ととり、書き直すと

$$Ri = K \cdot H, \quad K = \frac{\theta}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{F_{i0}}, \quad F_{i0}^2 = \frac{U_0^2}{E_0 g h_0} \quad \dots (6)$$

となる。なお計算の便宜の爲、図-2 の関係を簡単に

次式で表わすことにする。 $E = A E^{-B Ri} \quad \dots (7)$

次に (4)(5) 式に (6)(7) 式を代入すると

$$\frac{\alpha H}{\alpha \xi} = \frac{\alpha}{\alpha - \gamma} \cdot A \cdot \exp[-B K H] \quad \text{となり、} \xi = 0 \text{ で}$$

$H = 0$ として積分すれば、 H 及び Δ は次式となる。

$$H = \frac{1}{B \cdot K} \cdot \ln \left\{ \frac{\alpha A B K}{\alpha - \gamma} \xi + 1 \right\} \quad \dots (8)$$

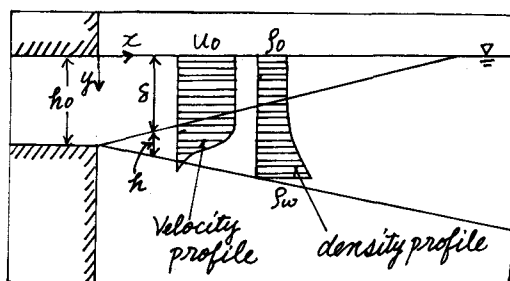


図-1 Schematic View

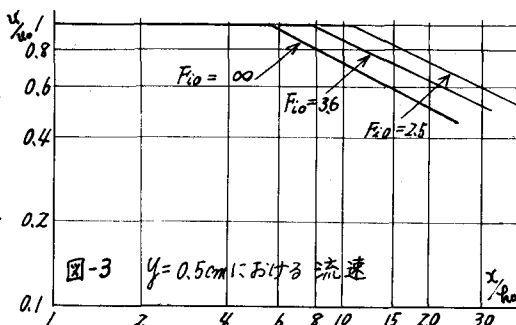
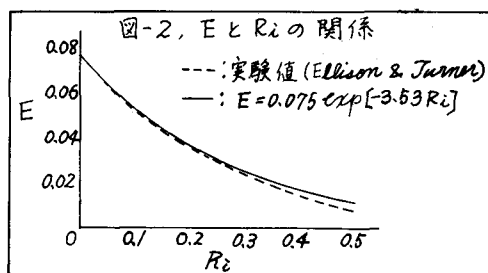


図-3 $y = 0.5 \text{ cm}$ における流速

$$\Delta = 1 - \frac{\gamma}{BK} \ln \left\{ \frac{\alpha}{\alpha - \gamma} ABK\xi + 1 \right\} \dots (9)$$

従って potential core の長さ ξ_L は $\xi = \xi_L$ で $\Delta = 0$ において $\xi_L = \frac{\alpha - \gamma}{\alpha} \cdot \frac{1}{ABK} \left[\exp \left(\frac{BK}{\gamma} \right) - 1 \right] \dots (10)$
 Δ や H , ξ_L は K を通じて、 F_{i0} の関数である。

2. 実験は $h_0 = 2\text{cm}$, 出口流速 $u_0 = 10\text{cm/s}$ として密度差を $(\rho_w - \rho_0)/\rho_0 = 0, 0.004, 0.008$ の3通りに変えて行なった。流速の測定には hot film を用いて形成領域にあたる $\xi_{h0} = 7$ の地点で流速及び温分濃度の垂直分布の測定(図-4)と potential core の長さの変化を調べる為水面下 5mm における流速の流れ方向の分布の測定を行なった。(図-3) 流速分布について玉井は $u/u_s = e^{-\eta^2}$ を与えているが形成領域では若干やせた形であるので、図-4 より、中間層での流速分布として、 $u/u_0 = e^{-\eta^2} - 0.36\eta \dots (11)$ を用い、濃度分布は $m(\eta) = 1 - \eta^2 \dots (12)$ で近似する。従って $\alpha = 0.567$, $\beta = 0.468$, $\gamma = 0.410$, $\theta = 0.667$ また E と Ri との関係(7)式は、形成領域では $0.1Ri < 5$ であると思われるので、一定 $A = 0.075$, $B = 3.53$ を用いる。Potential core の形状を(9)式より計算し、その結果を(図-5)に示す。密度差を伴わない噴流の ξ_L は一定

で Albertson らの実験によると、 $\xi_L \approx 10$ で与えられている。式(9)で $F_{i0} \rightarrow \infty$ ($K \rightarrow 0$) がこの場合に相当するが、 $(\xi_L)_{F_{i0} \rightarrow \infty} = 9.05$ となり、 F_{i0} が減少し、密度の影響が大きい程 ξ_L の値は増加する。これは F_{i0} が小さくなると底層水の進行が少なく、従って躍層水深の増加も少ないので底面が壁面に近い働きをすることになり、それで出口流速 u_0 が保持される傾向が生じるものと思われる。(図-3)より実験的にも、 F_{i0} が減少するとともに potential core の長さが増加していくことが示されている。また密度差を伴う場合にも確立領域における最大速度は普通の噴流と同様ほぼ $\xi^{-1/2}$ に比例して減少することがわかる。式(8),(9)より求めた躍層水深 $(H + \Delta)$ の理論値と和田、片野によって得られた実験値との比較を図-6, 図-7 に示す。躍層水深平均流速とともに実験値の傾向と良く一致しているが、両者とも理論値がやや小さめである。

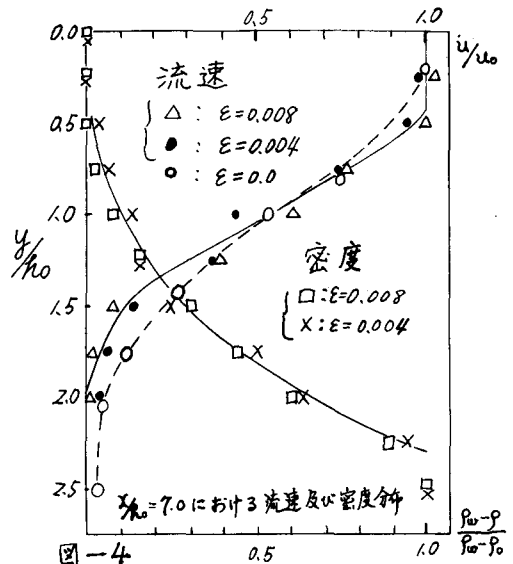


図-4

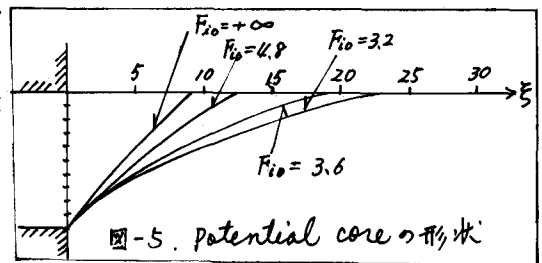


図-5. potential core の形状

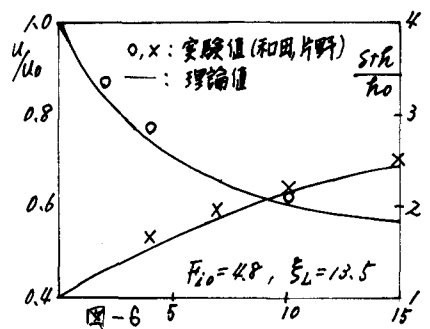


図-6

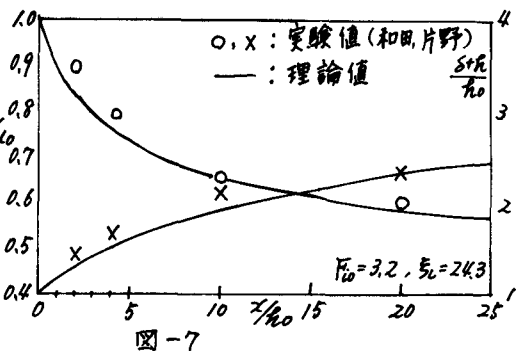


図-7