

1 はしがき

昨年に引続いて、水平な一様流のなかに、これと直角に密度差のある液体が放出された場合、放出水脈の流速や濃度の低減状況、水脈の平均経路あるいは濃度の変動状況などについて若干の理論的および実験的考察を行なった点について報告する。研究の目的は昨年と同じであるが、内容的に異なる点は次のとおりである。①：Tollmienの解とMortonの解とを接続させる解の後半部を導いたこと。②：前半部と後半部の解を用いて放出水脈の平均経路を求め、実験との比較を行なったこと。③：水脈中の濃度変動を測定し、その変動特性について検討を行なったことである。

2 Tollmienの解とMortonの解との接続

両者の解は互に不連続であるので、中間領域に適合する解を見出す必要がある。昨年はTollmienの解を基本解として逐次近似解を求めたが、その解は噴流の慣性効果が弱まり浮力効果が現れ始める前半部に適合するものである。そこで、浮力効果がしだいに強くなり完全に卓越する後半部の解を求めるため次のような解析を行なった。

密度 ρ_1 (一定)の周囲水中へ鉛直上向に密度 ρ_0 の液体が放出されたとする。放出水の断面形状や断面内の流速分布は相似が保たれ、また水脈中への周囲水からの連行量は鉛直方向の代表流速 U に比例するものとするれば、流水を規定する基礎方程式は次のように表わされる。

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{\varphi^2}{U}\right) = 2\alpha\varphi \quad \text{--- (1)}, \quad U \frac{d\varphi^2}{dx} = Q\left(\frac{1}{2g} \frac{dU^2}{dx} + 1\right) \quad \text{--- (2)}$$

$$\begin{aligned} \text{ここに} \quad \varphi &= bU, & Q &= \varepsilon_i b_0^3 U_0 g = b_0 U_0^3 / F_i^2 \\ b; &\text{プリューム断面の半径}, & b_0; &\text{プリューム断面の初期半径} \\ \alpha; &\text{連行係数}, & U_0; &\text{プリュームの初期代表流速} \\ \varepsilon_i &= (\rho_1 - \rho_0) / \rho_1, & F_i &= U_0 / \sqrt{\varepsilon_i g b_0} \end{aligned}$$

前式において、(1)は流量の連続式を示し、(2)は運動量方程式と質量の連続式からプリューム内の密度 ρ を消去した式を示している。(2)において、 $Q=0$ とすればTollmienの解が、また右辺の1項を省略すればMortonの解が導かれる。そこでMortonの解を φ_m とし、その解を基本解とした(1)および(2)を満足する逐次近似解を次のように表わすこととする。

$$\varphi = \varphi_m + \varphi', \quad U = U_m + U' \quad \text{--- (3)}$$

(3)を基礎方程式に代入し、二次以上の微小量を省略するとともに、Mortonの解に対する前述の事項を考慮すれば、 φ' および U' に関する微分方程式が次のように導かれる。

$$\left. \begin{aligned} 2 \frac{d}{dx} \left(\frac{\varphi_m \varphi'}{U_m} \right) - \frac{d}{dx} \left(\frac{\varphi_m^2 U'}{U_m^2} \right) &= 2\alpha\varphi' \\ 2 U_m \frac{d(\varphi_m \varphi')}{dx} + U' \frac{d\varphi_m^2}{dx} &= \frac{Q}{2g} \frac{dU_m^2}{dx} \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (4)}$$

上の方程式に Morton の解 φ_m および U_m を代入して整理すれば

$$\left. \begin{aligned} 5\varphi' + 30x \frac{d\varphi'}{dx} - 36\alpha x U' - 18\alpha x^2 \frac{dU'}{dx} &= 0 \\ 20\varphi' + 30x \frac{d\varphi'}{dx} + 24\alpha x U' + \frac{25Q}{68\alpha x} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{---- (5)}$$

が求められる。上式より φ' を消去すれば、 U' に関する微分方程式は次のようになる。

$$x^2 \frac{d^2 U'}{dx^2} + 6x \frac{dU'}{dx} + \frac{44}{9} U' - \left(\frac{5}{6\alpha}\right)^3 \frac{\alpha Q}{3\eta} x^{-2} = 0 \text{ ---- (6)}$$

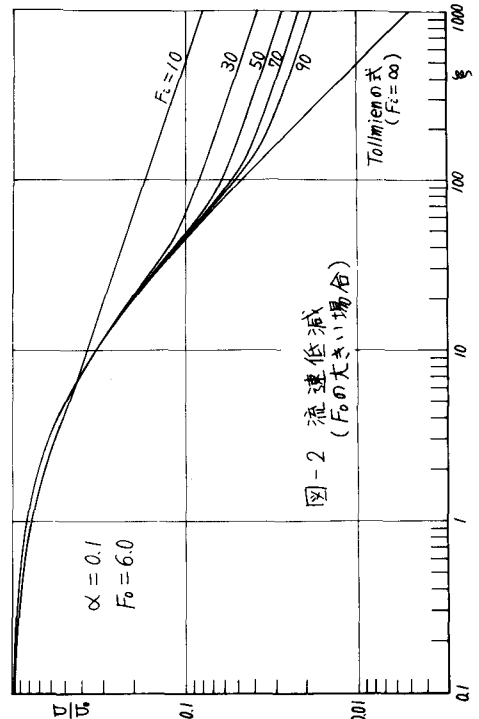
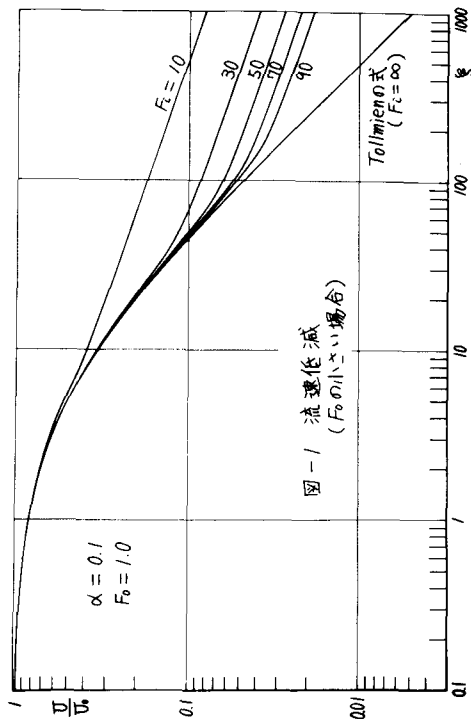
この方程式は Euler の微分方程式であり、その解を求めさらに (3) を考慮しつつ無次元化を行なえば、プリューム内の流速低減についての接続解の後半部が次のように表わされる。

$$u = \frac{5}{6\alpha} \left(\frac{9\alpha}{10F_0^2}\right)^{\frac{1}{3}} \xi^{-\frac{1}{3}} + C_1 \xi^{-\frac{4}{3}} + C_2 \xi^{-\frac{11}{3}} - \frac{25 F_0^2}{144\alpha^2 F_0^2} \xi^{-2} \text{ ---- (7)}$$

ここに、 C_1 および C_2 は積分常数であり、これらは接続解の前半部となめらかにつながるようにとればよい。なお、 $u = U/U_0$, $\xi = x/b_0$ であり ξ が十分に大きくなれば Morton の解に完全に漸近する。

図-1 および 2 はそれぞれ $F_0 = 1.0$ および 6.0 の流れに対し、 F_0 を Parameter にとり、昨年得られた接続解の前半部および (7) で示される後半部を用い、プリューム内の流速低減を示したものである。

これらの図より、Tollmien の解から Morton の解への接続の詳細が明らかにされるとともに、 F_0 の値が相当地に大きい場合には F_0 の相違に基づく接続の相違はそれ程強く現われないことが知られる。



3 放出水脈の平均経路

原点より x 方向に初速度 U_0 で放出された水脈が、水平方向の一樣流によってどのように変形されるかを次式によって概算する。

$$\frac{dx}{dy} = \frac{U}{U_c} \quad \text{----- (8)}$$

前述の持続解の前半部および後半部を(8)の U に代入して積分を行えば、放出水脈の平均経路が計算される。

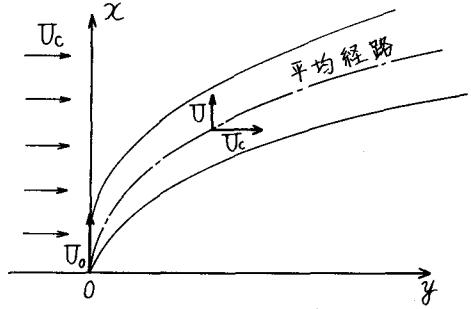


図-3 水脈の平均経路

いま U_c を一定とし、 $F_0 = 1.0$ および 8.0 の流水に対し、

$\varepsilon_i = 0.005, 0.01, 0.02, 0.03$ を与えた場合の平均経路の計算結果を示せば、図-4および5のようになる。なお図には参考のため代表的な F_0 の値に対するMortonの解およびTollmienの解をそのまゝ使った計算結果も併せて示されている。

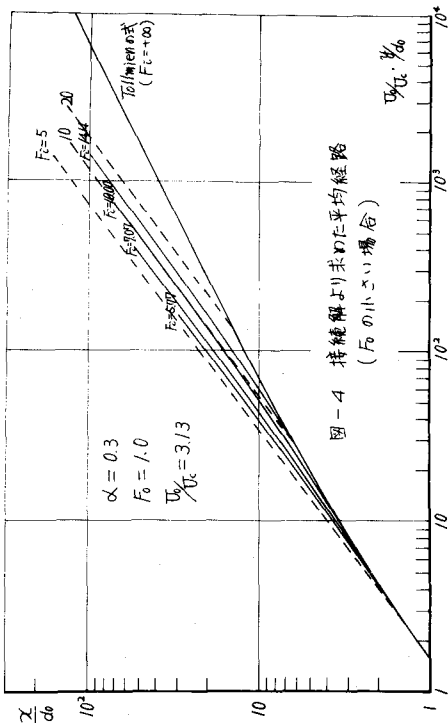


図-4 持続解より求めた平均経路
(F_0 の小さい場合)

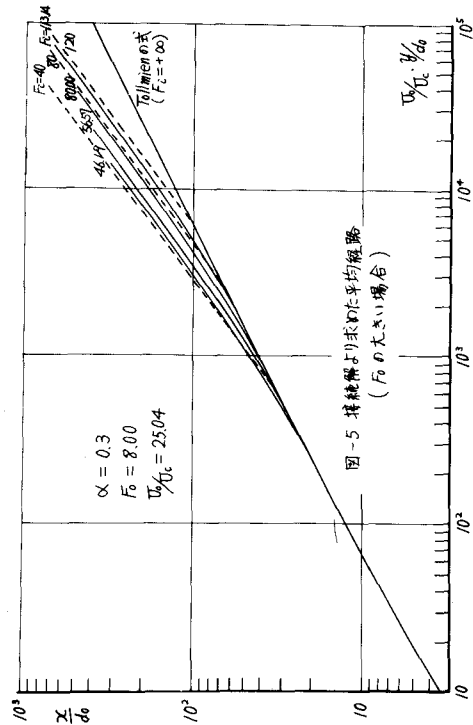
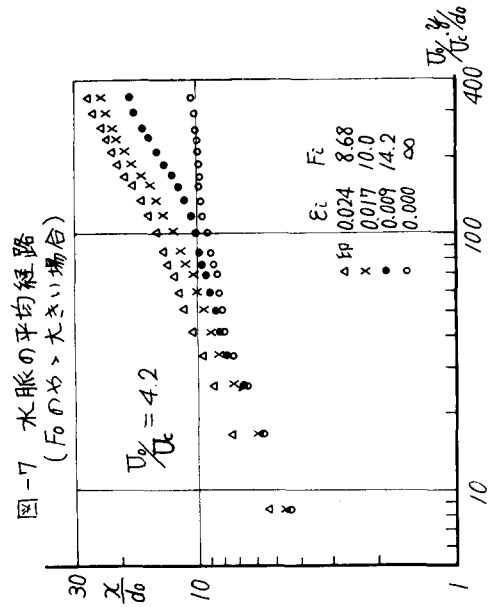
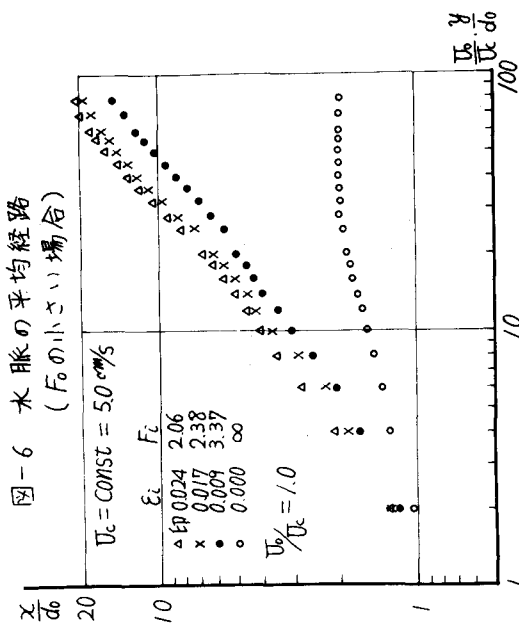


図-5 持続解より求めた平均経路
(F_0 の大きい場合)

上図より、①：平均経路を対数表示すれば、経路の傾きは $1/2$ から始まりしだいにきつくなり $3/4$ に漸近する。②： F_0 が一定であれば、 ε_i の大きい程Tollmien領域からの移行が早くなる。③： ε_i が一定であれば、 F_0 の大きい程上述の移行が遅くなる。④：持続解とMortonの解より導かれた平均経路の差はそれ程著しいものではない。以上の点が指摘される。

平均経路に関する理論的特性を裏付けるため、昨年に比較して放出口流速の違い場合を中心に実験を行なった。水平流速 U_c は一定とし($U_c = 5 \text{ cm/sec}$)、 U_0/U_c を4通りに変化させ、それぞれの流れに対し $\varepsilon_i = 0, 0.009, 0.017, 0.024$ の4通りを与えている。実験結果の中 $U_0/U_c = 1.0$

と 4.2 の場合を示したものが図-5 および 6 である。これらの図より次の事項が指摘される。①：密度差のないものは、放出流速が遅いので、放出口付近で直ちにあるいはしばらく流れると運動量を失ない水平流に吹き流される。②： ε_i が存在する場合には、 $U_0(F_0)$ が一定であれば ε_i の小さい程経路は右側にずれる。③： ε_i が一定であれば、 U_0 が小さい程 Morton 領域への移行が早く始まる。図-5 では放出口付近より勾配が $3/4$ に近く、また図-6 では勾配はかなりの区間 $1/2$ であり、やがて $3/4$ となろうとする傾向が認められる。



4 濃度特性

水脈中の濃度を測定することにより、平均濃度および濃度変動の強さの低減、濃度変動の自己相関係数、相互相関係数、パワースペクトル、フーリエスペクトル等を求めた。図-8, 9, 10 は X 点を固定し、Y 点を流下方向にずらした場合、相互相関係数 $R_{xy}(\tau)$ がどのように変化するかを示したものである。これらの図は、濃度変動の伝達機構を推定するための手がかりとなると考えられる。

図-8 相互相関係数 その1

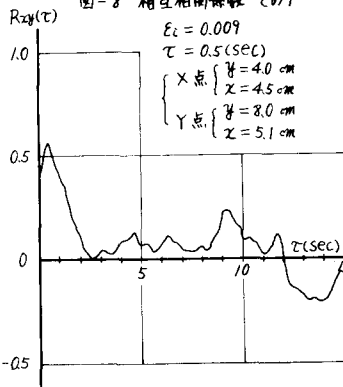


図-9 相互相関係数 その2

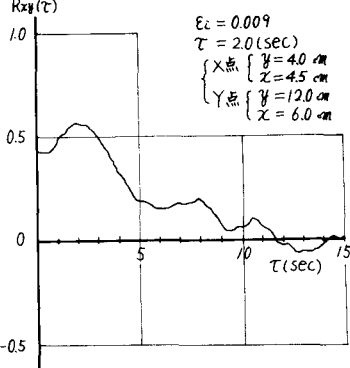


図-10 相互相関係数 その3

