

II-81 開水路流れにおける乱れの相似性について (第3報)

京大防災研 正員 今本博 健

前報^{1,2)}においては、開水路流れにおける乱れ特性量の普遍函数表示について考察し、主として流れ方向の乱れの強さの奥増値にもとづいて普遍函数表示の妥当性について検討してきた。本報においては、前報で提案された普遍函数表示について、その後行なわれたホットフィルム流速計による乱れ計測結果によってさらに詳細な検討を加えるとともに、普遍函数表示における具体的な函数形について考察する。

1. 乱れ特性量の普遍函数表示

Reynolds数が十分に大きく、いわゆる“Reynolds数相似則”が適用されるような流れについて、乱れの基本的特性を示す種の Euler的乱れ特性量、すなわち、乱れの強さ、Euler的平均スケール、エネルギー逸散率について、従来より提案されている普遍函数表示を示すとつぎのようである。まず、乱れの強さについては Monin-Obukhoff³⁾の相似則を適用し、Engelund⁴⁾による平均スケールに關する普遍函数表示、およびエネルギー生成率より類推されるエネルギー逸散率に対する普遍函数表示を用いると、

$$\frac{u'}{U_f} = \phi_u\left(\frac{z}{H}\right) \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{L_E}{H(U/U_f)} = \phi_{L_E}\left(\frac{z}{H}\right) \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{\epsilon}{U_f^3/H} = \phi_\epsilon\left(\frac{z}{H}\right) \dots\dots\dots(3)$$

となる。ここに、 u' : 流れ方向の乱れ速度の root-mean-square, U_f : まさつ流速, H : 水深, z : 路床からの高さ, U : 局所的平均流速, L_E : Euler的平均スケール, ϵ : エネルギー逸散率, ϕ : (3H)のみを普遍函数, である。

一方、 u' , L_E および ϵ の向には、Taylor⁵⁾によりつぎの關係式が成立する。

$$\epsilon \sim u'^3/L_E \quad (4)$$

(1)~(3)の3式は(4)の關係式と同時に満足させないため、3種の乱れ特性量に対する普遍函数表示式のほかから2式を並び出し、残りの乱れ特性量に対する普遍函数表示式(4)の關係によって求めることにすると、表-1に示される3種の普遍函数表示が得られる。ただし、case A, B, Cは、それぞれ、 L_E および ϵ , u' および ϵ , u' および L_E にもとづいて残りの特性量を求められたものである。

表-1 乱れ特性量に対する普遍函数表示

乱れ特性量	case A (L_E, ϵ)	case B (u', ϵ)	case C (u', L_E)
乱れの強さ	$u'/U_f(U/U_f)^{1/3} = \phi_u^{(0)}(z/H)$	$u'/U_f = \phi_u^{(0)}(z/H)$	$u'/U_f = \phi_u^{(0)}(z/H)$
Euler的平均スケール	$L_E/H(U/U_f) = \phi_{L_E}^{(0)}(z/H)$	$L_E/H = \phi_{L_E}^{(0)}(z/H)$	$L_E/H(U/U_f) = \phi_{L_E}^{(0)}(z/H)$
エネルギー逸散率	$\epsilon/(U_f^3/H) = \phi_\epsilon^{(0)}(z/H)$	$\epsilon/(U_f^3/H) = \phi_\epsilon^{(0)}(z/H)$	$\epsilon/(U_f^3/H) \cdot (U/U_f) = \phi_\epsilon^{(0)}(z/H)$

表-1より明らかのように、各 case を分離する変数は (U/U_f) であって、それぞれの case 内の優位性を実験的に検討するには、まさつ損失係数 $C_f = 2(U/U_f)^2$ に顯著に変化させた実験が必要である。

2. 実験値による普遍函数表示の検討

開水路流れにおける乱れ特性の乱れ計測による実験的解明においては、 U/U_f に つぎの2点に關する考慮が必要である。1) 実験の乱れ計測においては、計測スケールの効果により、恒周波数および高周波数の両端で切断された有限な周波数領域内の乱れのみが計測の対象となる。2) 開水路流れの乱れ構造は、水深および水路幅の大きさ、あるいは水路形状の非一様性(水路のわん曲、河床の凹凸など)により

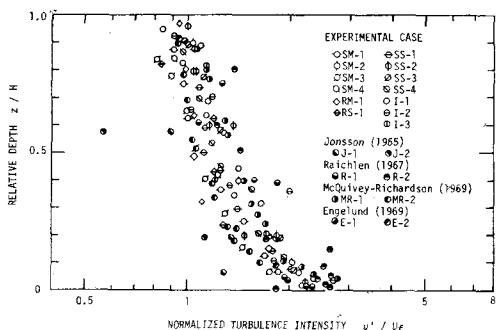
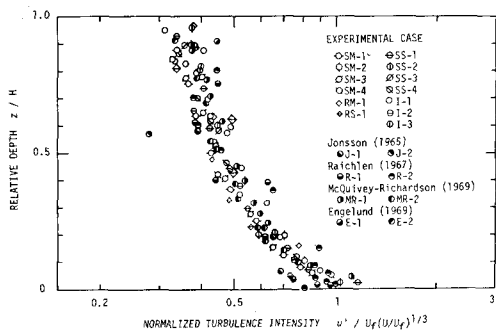


図-1 乱れの強度の普遍函数を示す

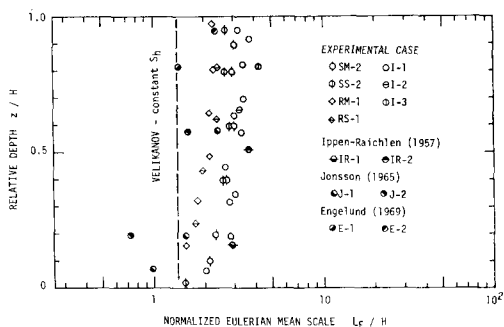
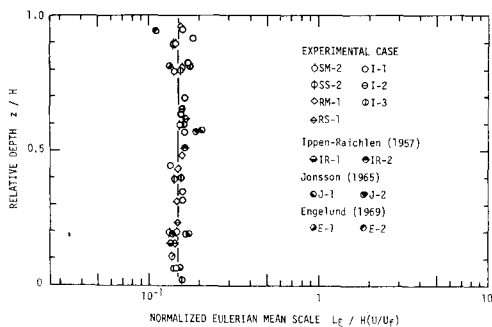


図-2 Eulerian平均スケールの普遍函数を示す

多重構造性としこの特性を有するため、たとえば、2次元水路流れの乱れ特性を対象とする場合には、水路幅水深比を大きくするとともに、乱れ特性量の算定にさしこみ水深が支配スケーラーとなり特性量が独立される方向が用いられねばならない。

以上の2点を考慮して、本研究においては、水路幅水深比10以上にした流れを対象とするとともに、乱れ特性量の算定はスペクトルに基礎をおくことにした。乱れ特性量の算定法はつぎのようである。すなわち、乱れ構造に支配するスケールが単一の場合、慣性領域におけるスペクトルの $-5/3$ 乗則を考慮して、スペクトル $S(f)$ の函数形をつぎのように仮定する。

$$S(f) = \frac{4u'^2 T_E}{(1 + 6T_E f)^{5/3}} \quad (T_E: \text{時間的平均スケール}) \quad (5)$$

慣性領域のスペクトル $S_E(f)$ については、Kolmogoroffの相似則よりつぎのように表わされる。

$$S_E(f) = (2\pi)^{-2/3} S_E(UE)^{2/3} f^{-5/3} \approx 0.138 (UE)^{2/3} f^{-5/3} \quad (6)$$

ここに、 S_E は慣性領域のスペクトルに対する普遍定数(スペクトル定数)であって $S_E \approx 0.48$ である。⁷⁾よび(6)より

$$E \approx 1.77 \frac{u'^3}{L_E} \quad (7)$$

となる。

以上より知れるように、乱れ計測により得られるスペクトルに(5)の函数形を適合させると、 u' 、 L_E および E は決定されるが、すでに述べた水路流れの乱れの多重構造性により、実験スペクトルへの

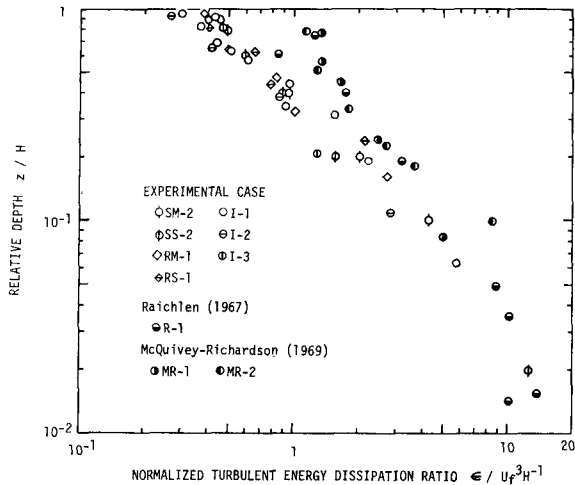


図-3 エネルギー-逸散率の普遍関数表

適合は必ずしも容易ではない。このため、本研究においては、実験スペクトルに周振数と乗じた(54)を基礎として、水深に対応する周振数(U/H)左側の(54)のピーク値より β を算定し、(54)のピーク値はかり容易に決定できるが、ピーク発生周振数 f_p の決定は困難であるため、慢性的領域におけるスペクトルの(6)との適合より β を決定し、さらに β および β を用いて(7)より β を決定した。このような乱れ特性量の算定法は、スペクトルにどのような関数形を仮定するかによって、算定結果も若干異なってくるという欠点がある。とくに平均スケールについては、従来においてほとんど指数関数形の相関関数への適合ということに重きが置かれていたため、本研究においても、従来の算定法にも併用して β を算定し、先述の算定法による結果との間に顕著な差異の認められないもののみを採用した。このような乱れ特性量の算定法については、今後さらに詳細な検討を要し、別の機会に論じたい。

乱れ特性量の算定結果は、他の研究者によるものも含めて、^{(9),(10),(11)}図-1~3に示されている。ただし、エネルギー-逸散率に対する普遍関数表については case A あるいは B に示されたものにもとづき、これらの2ケースに対する場合についてのみ示されている。これらの図より明らかになるように、乱れの強さ、平均スケールについては case A の表示がより妥当なようであり、エネルギー-逸散率については(3)の妥当性が確かみられる。なお、エネルギー-逸散率に拘る Raichlen⁽¹⁰⁾、McQuivey および Richardson⁽¹¹⁾による値は、おれも Dryden⁽¹²⁾の方法の適用によるものであり、乱れ構造の多量性を考慮していないため、若干大きくはなっているものと思われる。

3. 普遍関数曲線形

前節の結果により、case A の普遍関数表にについてのみ取り扱う。

平均スケールに拘る(2)の表示は Engelund⁽⁴⁾により最近提案されたばかりのものであって、その関数形に対する検討はほとんど行われていない。ここでは、7次のようにしてその関数形を決定する。

開水路流れにおける乱れエネルギーの供給は主として路床面近傍より発生する向欠的上昇流(余流)⁽¹³⁾による円管モデルによってその機構が明らかにされる可能性がある)によってもたらされると考えられるが、向欠的上昇流の発生周期はかなり長く、それによって形成される乱れのスケールもまたかなり大きいものと考えられる。したがって、このようなスケールが水深より大きいものとするとき水深方向

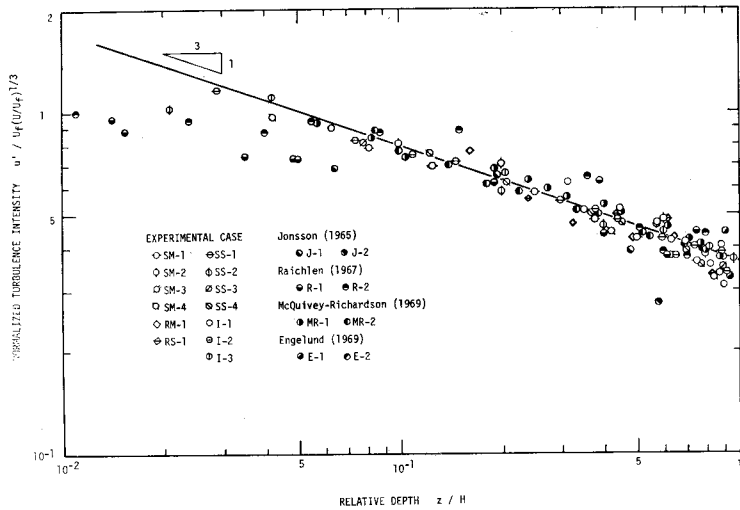


図-4 乱れの強さと相対水深の關係

の変化はほとんど無視され、水平方向のみの特性によって把握することができる。また、このようなスケールの乱れが水深方向の任意の1点に通過する時間的間隔は路床からの高さには関係しないと考へられ、基本的水理量Hおよび u_s より形成される時間次元をもつ量 H/u_s によって無次元化されたものは次のような普遍函数となるとすると、

$$\phi_w^{(w)}(z/H) = \frac{LE}{H(u_s/4)^2} \sim \text{const.} \quad (9)$$

となる。(8)はVelikanov⁽⁹⁾によるStrouhal数一定という考え方に類似しているが、Velikanovのモデルは流れ方向に一定の長さをもった乱塊を対象としているのに対し、(8)は乱塊の通過間隔数が一定となることを意味しており、両者の物理的意義はかなり異なる。

一方、エネルギー通数率については、図-3より明らかに表わすことが可能である。

$$\phi_e(z/H) = \frac{E}{u_s^3/H} \sim \left(\frac{z}{H}\right)^{-1} \quad (9)$$

(8)および(9)より乱れの強さをについては、下記の普遍函数形が導かれる。

$$\phi_w^{(w)}(z/H) = \frac{u'}{u_s(u_s/4)^{1/2}} \sim \left(\frac{z}{H}\right)^{-1/3} \quad (10)$$

図-4は、図-1に示された実験値を両対数紙上に示したものであるが、路床面近傍を除いて、(10)はかなりよく実験値と適合していることがわかる。なお、(8)~(10)における比例定数以上の実験より定めると、

$$\frac{u'}{u_s(u_s/4)^{1/2}} \approx 0.36 \left(\frac{z}{H}\right)^{-1/3}, \quad (11) \quad \frac{LE}{H(u_s/4)^2} \approx 0.15 \quad (12) \quad \frac{E}{u_s^3/H} \approx 0.4 \left(\frac{z}{H}\right)^{-1} \quad (13)$$

が得られるが、このような量的評価については、さらに今後の検討が必要である。

参考文献

- 1) 今本; 昭45年度関西支部講演会 II-34, 1970
- 2) 今本; 昭25年度全学講演会 II-112, 1970.
- 3) Monin, Yaglom; Statistical Hydromechanics Nauk, 1967
- 4) Engelund, F.; J. Hy. Div., ASCE, 95, HY4, 1969
- 5) Taylor, G.I.; Proc. Roy. Soc., A191, 1935
- 6) Iwasa, Y., Imamoto, H.; Proc. 16th Congr. IAHR, Paris, 1971 (in printing).
- 7) Lumley, J. E.; The Structure of Atmospheric Turbulence, Inter. Pub., New York, 1964.
- 8) Ippen, Raichlen; J. Hy. Div., ASCE, 93, HY5, 1957
- 9) Jonsson, I.G.; Acta Polytech. Scand., C131, 1965.
- 10) Raichlen, F.; J. Eng. Mech. Div., ASCE, 93, EM2, 1969
- 11) McQuivey, Richardson; J. Hy. Div., ASCE, 95, HY1, 1969
- 12) Dryden, H.L.; Quart. Appl. Math., 1943.
- 13) Yokosi, S.; Bull. Disast. Prev. Res. Inst. Kyoto Univ., 12, 1967.
- 14) Velikanov; Izv. Akad. Nauk, SSSR, 1957.