

## II-73 流路の変動機構に関する研究

京大・防災研究所 正員 ○村本嘉雄

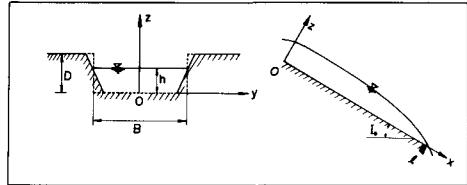
京大・大学院 学生員 田中修市

京大・大学院 学生員 藤田裕一郎

1. はしがき：側岸侵食性の流路においては河床高と流路幅の変動の相互関係を明らかにする必要があつて、最近二、三の水理学的解析が試みられている<sup>1)</sup>。しかし、側岸付近の侵食および土砂流送の機構に関して不確定要素が多く、侵食条件式の設定が難しいために流路の平均的な変化の特徴も明確には、ついでない。本研究では、流路の拡幅と河床変動に対する初期の流路および水理条件の影響を簡略に理解することを目的として、単純化した流路変動の解析を行ない、実験値と比較検討する。

2. 流路変動の基礎式：流路断面を広幅の長方形に近似し、図-1に示す座標系を用いると、流砂の連続式は

$$B \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial Q_B}{\partial x} = g_s \quad \dots \dots \dots (1)$$



で表わされる。ここで、 $Q_B$ : 河床の全流砂量、 $g_s$ : 側岸から供給される土砂量、 $\lambda$ : 河床砂の間隙率の  $1/100$  である。 $Q_B$  として Brown 形式の流砂量関数

$$Q_B = B \cdot g_s = BM U_* (U_*^2 - U_{hc}^2)^m, \quad M = M_1 \{(\gamma_p - 1) g\}^{-m} d_m^{1-m} \quad \dots \dots \dots (2)$$

を用いる。ただし、 $U_*$ 、 $U_{hc}$ : 断面平均の摩擦速度、限界摩擦速度、 $g_s$ : 単位幅流砂量、 $M$ 、 $m$ : 定数である。また、 $g_s$  は側岸侵食量の関係から

$$g_s = \frac{1-\lambda_b}{1-\lambda} \frac{\partial B}{\partial t} (D-z) \quad \dots \dots \dots (3)$$

と表わされる。ここで、 $\lambda_b$ : 側岸の間隙率の  $1/100$ 、 $D$ : 側岸高である。

水流の運動方程式および流量の関係は流路変動が緩慢な場合を考え、定常流としての次式を用いる。

$$\frac{U_*^2}{gh} = I_e = I_o - \frac{\partial Z}{\partial X} - (1-\beta) \frac{U_*^2}{gh} \frac{\partial h}{\partial X} + \beta \frac{U_*^2}{gh} \frac{\partial B}{\partial X} \quad \dots \dots \dots (4) \quad Q = BhU = CBhU_* \quad \dots \dots \dots (5)$$

ただし、 $I_e$ : エネルギーこう配、 $I_o$ : 初期の河床こう配、 $U$ : 平均流速、 $\beta$ : 運動量補正係数、 $C$ : 流速係数である。(1)式に(2)、(4)、(5)式を代入し、 $Z$ に関して拡散式の形に整理すると、

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = K \left( \frac{\partial^2 Z}{\partial X^2} + L \right) + \frac{g_s}{B} \quad \dots \dots \dots (6)$$

ただし、 $K = M g^{1-m} C^{1-2m} a^m (1+2m/a) Q^{2m-1} B^{1-2m} h^{2(1-m)} / 3(1-\lambda)$

$$L = (1-\beta F_1^2) \frac{\partial h}{\partial X^2} - 3\beta F_1^2 \frac{1}{h} \left( \frac{\partial h}{\partial X} \right)^2 - \left( 2 + \frac{2m}{2m+a} \right) \frac{I_o}{B} \frac{\partial Z}{\partial X} - \beta F_2^2 \frac{\partial^2 B}{\partial X^2} + 3\beta F_2^2 \frac{1}{B} \left( \frac{\partial B}{\partial X} \right)^2$$

となる。ここで、 $a = 1 - U_{hc}^2/U_*^2$ 、 $F_1 = U/\sqrt{gh}$ 、 $F_2 = U/\sqrt{ghB}$  である。

3. 側岸侵食現象と侵食条件式の仮定：流水による側岸の侵食過程を段階的に示すと図-2 のようである。水位が上昇していく間に過程を繰り返し、水位の低下により侵食が止まる場合が多い。①～⑥の 1 サイクルの所要時間は側岸の形状、流路の形態および水理条件によつて異なるが、本実験

の場合には1~10分である。そのうち②~④の過程は10秒程度で完了するので流路幅は漸減的に拡大する。また、1サイクルで侵食される側岸の流下方向の長さは10~30cm、テンション・クラックの入る位置は側岸から数cm程度であって半円形状に侵食されていく。

②~④の崩落過程は側岸の高さと土砂の性質に関係しており、土質力学の安定計算によて予測できる。しかし、クラックの発生位置および流下方向の侵食範囲は仮定する必要があり、1サイクルの侵食量の推算は難しい。一方、①、⑤、⑥の洗掘と流送過程は水際の掃流力に支配される。しかし、水際では二次流の影響が大きく、掃流力が局所的で水深に対応しないことが固定床の実験で指摘されているが、さらにこの場合には崩落土砂による局所的水流の変化にも影響されるので、掃流力の明確な表式はできまい。このように側岸侵食の微視的機構から上述の基礎式に対応する平均的な条件式を導くことは難しい。ここでは、非粘着性材料の場合、上述の現象の進行時間から「側岸の侵食条件は流れによる洗掘と流送現象に支配される」と考え、流路の拡幅速度あるいは(3)式の $\dot{A}$ が断面平均の摩擦速度とのように対応するかを実験値から検討する。

実験値としては本実験および青野の実験において通水初期の一様拡幅区间の平均値を用い、拡幅速度の関係  $\Delta B/\Delta t \sim f_n(U_* - U_{*c})$  および侵食量速度の関係  $V'_e = (D - Z)\Delta B/\Delta t \sim f_n(U_* - U_{*c})$  を調べるとそれぞれ図-3、図-4のようになる。図-3では、スケールの異なる両者の実験値の間に明らかな差が認められ、前者の関係では流路寸法の影響を考慮する必要がある。一方、図-4では両者の差が顕著でなく、後者の関係が一応なりたつものと考えられる。この事実は図-2の侵食過程のうち⑤、⑥の土砂流送段階が支配的であることを意味しており、木下の側面侵食試験において水理条件が一定の場合、側岸高を変化させても流出土砂量がほぼ一定となるという結果が得られておりことに対応している。図-4の関係を無次元量  $V'_{e*} = (U^2_e/(U_* d_m))$  と  $Z_* - Z_{*c} = ((U_*^2 - U_{*c}^2)/(g d_m))$  で表わすと図-5のようになる。 $V'_{e*} = N_1 (Z_* - Z_{*c})^n$  の関係を仮定すると、

$$g_s = \frac{1-\lambda_b}{1-\lambda} N U_* (U_*^2 - U_{*c}^2)^n, \quad N = N_1 \left\{ \left( \frac{C}{F} - 1 \right) g \right\}^{1-n} d_m^{1-n} \quad (7)$$

と表わされ、図-5より  $N_1 = 20$ ,  $n = 2$  とする。

**4. 解析結果の検討：**以上より(3)~(7)式を用い、諸定数および初期条件と境界条件を与えることによって流路変動の解析ができる。つきに、流下方向に拡幅量が一様な場合と変化する場合について近

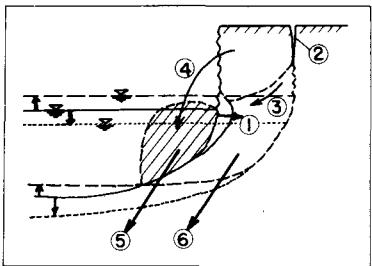


図-2 側岸の侵食過程

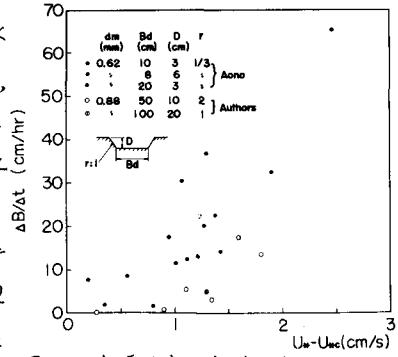


図-3 拡幅速度と摩擦速度の関係

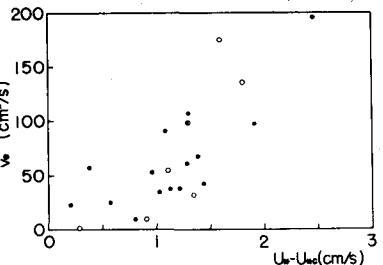


図-4 側岸侵食量速度と摩擦速度の関係

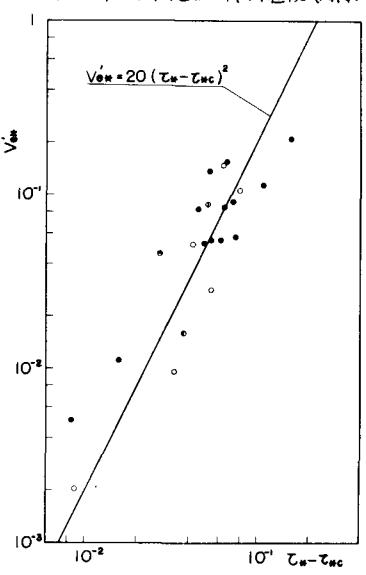


図-5 側岸侵食量式の仮定

似式を導き、実験結果と比較してみる。

4-1 流下方向に拡幅量が一様な場合；この条件のもとで上述の各式を整理し、河床高と流路幅はつりて  $\gamma = (D-Z)/D$ ,  $b = B/B_0$  の無次元量を用いると基礎式はつきのようになる。

$$\frac{d\gamma}{dt} = -\alpha \frac{\gamma}{b} \frac{db}{dt} \dots (8) \quad \frac{db}{dt} = \frac{g_{so}}{\alpha B_0 D (1-\gamma_0)^n} b^{-\frac{2n+1}{3}} (1-\gamma_0 b^{\frac{2}{3}})^n \gamma^{-1} \dots (9)$$

ここで、添字(0)は各水理量の初期値を表わし、 $\alpha = (1-\lambda_b)/(1-\lambda)$ ,  $\gamma_0 = (U_{*0}/U_{*})^2$  である。(9)式を  $\gamma = 1$  で  $b = 1$  の条件を用いて積分すると、 $\gamma \cdot b^\alpha = 1$  となる。上式と(9)式に代入して積分し、 $t=0$  で  $b=1$  とすると次式が得られる。

$$t = \frac{\alpha B_0 D (1-\gamma_0)^n}{g_{so}} \int_1^b (1-\gamma_0 b^{\frac{2}{3}})^{-n} b^{\frac{2n+1}{3}-\alpha} db \dots (11)$$

また、 $\gamma_0 b^{\frac{2}{3}} \ll 1$  の場合すなはち  $U_{*} \gg U_{*0}$  を満足するときには、上式は積分できるので

$$b = \gamma^{-\frac{1}{\alpha}} = \left\{ \frac{2(n+2)-3\alpha}{3} \frac{g_{so}}{dB_0 D (1-\gamma_0)^n} t + 1 \right\}^{\frac{3}{2(n+2)-3\alpha}} \dots (12)$$

と表わされる。さて、河床と側岸の侵食度合が等しい場合 ( $\alpha=1$ ) を考え、 $n=2$ ,  $N=20$  とすると、

$$b = \gamma^{-1} = \left\{ \frac{5}{3} \frac{g_{so}}{B_0 D (1-\gamma_0)^2} t + 1 \right\}^{\frac{3}{5}} = \left\{ \frac{100}{3} \left(\frac{U_{*}}{U_{*0}}-1\right)^{-2} \left(\frac{Q I_0}{C}\right)^{\frac{5}{3}} d_m D B_0 \cdot t + 1 \right\}^{\frac{3}{5}} \dots (13)$$

となる。なお、 $n=2$  の場合、拡幅にともなう諸量の変化は

$$\frac{U_{*}}{U_{*0}} = b^{-\frac{1}{3}}, \quad \frac{h}{h_0} = b^{\frac{2}{3}}, \quad \frac{A}{A_0} = b^{\frac{1}{3}}, \quad \frac{g_s}{g_{so}} = \left( \frac{1-\gamma_0 b^{\frac{2}{3}}}{1-\gamma_0} \right)^2 b^{-\frac{5}{3}}$$

の関係にあるので、拡幅にともなう側岸の侵食度合が急激に減少することになる。また、以上の式より初期条件および水理条件の影響について一般的を検討ができる。例えば、流量と通水時間の拡幅量に対する影響は他の諸量を一定とし、 $U_{*} \gg U_{*0}$ ,  $\alpha=1$  の場合(12)式から

$$B = (a_1 Q^{\frac{2n+1}{3}} T + a_2)^{\frac{3}{2n+1}} \quad (a_1, a_2; \text{定数})$$

となるので、 $Q_1 < Q_2$ ,  $T_1 > T_2$  で同一拡幅量に達する条件は  $T_1/T_2 = (Q_2/Q_1)^{\frac{2n+1}{3}}$  となる。したがって、段階的に増加する流量条件を全通水時間の平均流量で代表できるのは  $n=1$  の場合(1)式である。

つきに、(10), (11)式で  $\alpha = 0.917$  (実測値) を用いた場合、 $\alpha = 1$  と近似した場合および最も単純化した(13)式の三者について計算結果と実験値と比較した一例を図-6に示す。実験値は  $B_0 = 70 \text{ cm}$ ,  $D = 10 \text{ cm}$ ,  $I_0 = 1/500$ ,  $Q = 15 \text{ l/sec}$  の場合である。流路構造が初期値に近い区間の平均値を用いてある。この条件では  $\gamma_0 = 0.45$  である。また  $\gamma_0 b^{\frac{2}{3}} \ll 1$  の近似が取れたといふのが、(13)式の曲線と実験値とは大きく離れている。また、(10), (11)式との相異による計算値の差は、この条件における拡幅に対しては無視できる。実験値は時間の経過とともに(10), (11)式の曲線の上方に離れるが、これは蛇曲幅の影響による。なお、蛇曲を生じない上流、中流区間の実験値では逆に下方に離れる傾向がみられた。

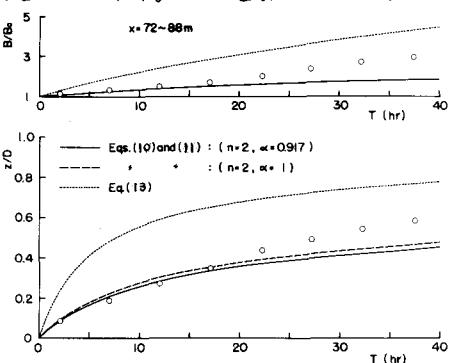


図-6 計算値と実験値との比較

4-2 流下方向に拡幅量が変化する場合；流下方向の変化が緩慢な状態を考へ、(4)式で  $I_e = I_0 - \frac{\partial^2}{\partial x^2}$  とし、(6)式で  $L = 0$  と近似できる場合について計算する。また、本実験の流出砂量の測定値から(2)式の定数は  $M_1 = 10$ 、 $m = 1$  と仮定する。4-1 と同様を無次元量で基礎式を表わすと、 $\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \frac{K_0}{1 - \frac{g_0}{3}} \frac{1 - \gamma_0 b^{3/2} L^{-3/2}}{b} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - \alpha \frac{\partial \eta}{\partial t} \frac{\partial b}{\partial t} \dots (14)$

$$\frac{\partial b}{\partial t} = \frac{g_{so}}{D B_0 D (1 - \gamma_0)^2} b^{5/3} i^{5/3} (1 - \gamma_0 b^{2/3} i^{2/3})^2 \eta^{-1} \dots (15)$$

$$i = 1 + D \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \dots (16)$$

となる。ただし、 $i = I_0 / I_0$  である、 $C/C_0 = 1$ 、 $d_m/d_{mo} = 1$  および  $U_{xc}/U_{xco} = 1$  と仮定している。

(14)～(16)式を差分化し数値計算を行なう結果と実験値との比較例を図-7に示す。実験条件は  $B_0 = 70 \text{ cm}$ 、 $D = 10 \text{ cm}$ 、 $I_0 = 1/200$  ( $x = 0 \sim 60 \text{ m}$ )、 $1/500$  ( $x = 60 \sim 110 \text{ m}$ )、 $Q = 15 \text{ l/sec}$  である。上式の定数は  $x = 0 \sim 58 \text{ m}$  ( $\gamma_0 = 0.270$ 、 $C = 14$ 、 $K_0 = 141 \text{ cm}^2/\text{sec}$ 、 $g_{so} = 5.67 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec}$ )、 $x = 62 \sim 110 \text{ m}$  ( $\gamma_0 = 0.448$ 、 $C = 12$ 、 $K_0 = 153 \text{ cm}^2/\text{sec}$ 、 $g_{so} = 9.09 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec}$ ) である、 $x = 58 \sim 62 \text{ m}$  に対して上、下流部の平均値を用い、 $\alpha$  はすべて 0.917 としている。また、条件は  $t = 0 \text{ sec}$  ( $\eta = 1$ )、 $b = 1$ 、 $i = 1$ 、 $x = 0 \text{ sec}$  ( $i = i_k = 0.4$ )、 $b = b_k = 1$ 、 $x = 110 \text{ m}$  ( $\eta = 1$ )とした。ただし、 $i_k$ 、 $b_k$  はそれぞれ平衡における  $I_k$ 、平衡流路幅の無次元量である。差分  $\Delta x$ 、 $\Delta t$  は(14)式の係数の最大値が  $K_0$  であることから  $\Delta t / (\Delta x)^2 \leq 1/2 K_0$  を満足するよう  $\Delta t = 100 \text{ sec}$ 、 $\Delta x = 200 \text{ cm}$  とした。 $t_2$ 。

計算値は最初の時長では全長にわたる実験値にほぼ一致している。しかし、それ以降では両者の差は大きくなり、とくに  $Z/D \sim x$  の図で、遷移段における堆積傾向が計算値では上流部の河床低下の佔據によつて次第に緩和されていくのにに対して、実験値では長時間にわたる急激な堆積の継続しており、 $x = 30 \sim 80 \text{ m}$  区間で両者の差が大きくなつてゐる。計算値と実験値との間に以上のような差を生じた理由として(a)流路断面形に対する長方形近似、(b)流砂量式、側岸侵食式、平均流速式の仮定、(c) (6)式の  $L = 0$  の近似、(d)  $d_m/d_{mo} = 1$ 、 $U_{xc}/U_{xco} = 1$  の仮定、(e) 砂礫堆による流路蛇曲の影響、(f) 境界条件の与え方など挙げられる。他の条件の計算および測定値から検討した結果、本実験の場合にはとくに(d)、(e)の影響が大きいと考えられた。

5 むすび：以上、流路の平均的変化について考察したが、蛇曲流路の特性を明らかにするには、砂礫堆の発生に対する側岸侵食性の影響<sup>5)</sup>、蛇曲による局所的摩擦速度分布、砂礫堆の移動による作用時間の変化などを検討する必要がある。また、これまで定常流による流路変動を取り扱つてきただが、4-1 の結果を考慮してステップ流量による流路の変化を実験的に検討したいたえている。

1) たとえば、椿東一郎、平野宗夫、田中耕一；第15回国水理講演会講演集(1971)，2) 芦田和男、村本嘉雄、奈良井修；第14回防災研究年報、第14号(B)(印刷中)，3) 青野尚；東大修士論文(1957)，4) 木下良作；科学技術庁資源局資料、第36号(1962)，5) 芦田和男、村本嘉雄、田中修市；昭和46年度関西支部年譜概要。

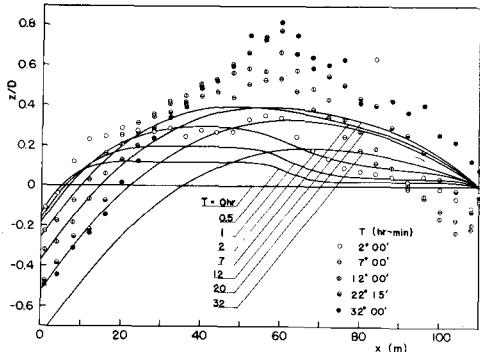
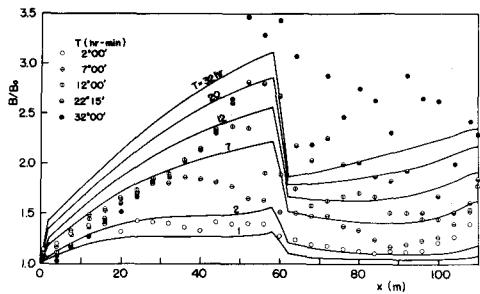


図-7 計算値と実験値との比較