

II-71 分級作用を伴う河床変動(第2報)

九州大学 工学部 正員 平野宗夫

まえがき

混合砂礫河床においては、流水によるふるい分け作用により河床砂の粒度構成が変化する場合が少なくない。ダム下流などにおける *armoring* はその代表的な例で、Garde and Idesan¹⁾、河村²⁾、Gessler³⁾、芦田および道上⁴⁾などの研究がある。しかし、それらはいずれも最終状態を対象としており、粒度分布の時間的変動には殆んど触れていない。筆者は前報^{5),6)}において、混合砂礫河床における粒度分布変動の式を導き、疑似等流を仮定してダム下流における *armoring* の計算に適用した。本報では、前報で求めた式を用いた一般的な場合の計算法と計算例を示すとともに、単純化した条件に対して計算を行なった分級作用を規定する *parameter* について検討を行なっている。

1. 基礎式

通常の河床変動計算においては、不等流の式、流砂量の式および河床の連続の式が用いられる。分級作用を考慮する場合もこれらの式の他に粒度分布の変化を規定する式が必要であり、流砂量の式として粒径別流砂量を与える式を用いなければならない。この式の列挙すると次のようである。

(1) 不等流の式：通常用いられる記号を用いて表わすと

$$\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V^2}{2g} \right) + \frac{u_*^2}{gh} = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

(2) 粒径別流砂量：前報⁶⁾と同様、佐藤・吉川・芦田公式に粒径別限界摩阻流力に因する Egiagaroff⁷⁾ の式を用いる。 $\frac{i_B}{u_*} \frac{\partial B}{\partial x} = i_B K \frac{u_*^2}{(v_p-1)gd_i} f\left(\frac{u_{*ci}}{u_*}\right) \dots \dots \dots (2)$

ここに、 i_B および i_b ：それぞれある粒径範囲の砂の流砂中および河床において占める割合、 $u_{*ci} = u_*^2 c_i / (v_p-1)gd_i$ 、 $u_* = u_*^2 / (v_p-1)gd_i$ 、 u_{*ci} ：粒径 d_i の砂の限界摩阻速度、 d_i ：ある粒径範囲の砂の平均粒径、 K ：流砂量式の定数（筆者⁷⁾および芦田⁴⁾のデータに対して $K=4$ ）

粒径別限界摩阻流力の式として Egiagaroff の式

$$\xi_i \equiv \frac{u_{*ci}}{u_{*cm}} = \left(\frac{\log 19}{\log 19 \frac{d_i}{d_m}} \right)^2 \quad \dots \dots \dots (3) \quad \quad \quad \begin{aligned} &= 12, \quad u_{*cm} = u_*^2 c_m / (v_p-1)gd_m \\ &d_m: \text{平均粒径}, \quad u_{*cm}: d_m \text{ に関する限界摩阻速度} \end{aligned}$$

を用いるが、上式は d_i/d_m があまり小さくならないと適用できないので（例えば、 $d_i/d_m = 1/19$ のとき $\xi_i = \infty$ ）、 $d_i/d_m < 0.4$ に対しては u_{*ci} として $d_i/d_m = 0.4$ に対する値を用いる。すなわち、

$$\xi_i = \left(\frac{\log 19}{\log 19 \times 0.4} \right)^2 \frac{d_m}{d_i}, \quad (d_i/d_m \leq 0.4) \quad \dots \dots \dots (4)$$

(3) 河床および粒度分布の連続の式：前報で求めた式は次のとおりである。

$$\text{河床上昇: } \frac{\partial z}{\partial t} = -\frac{1}{(1-\lambda)B} \frac{\partial (i_B \cdot B)}{\partial x} + \frac{a}{1-\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial t} \quad \dots \dots \dots (5)$$

$$\frac{\partial i_b}{\partial t} = -\frac{1}{qB(1-\lambda)} \left\{ \frac{\partial (i_B \cdot B \cdot B)}{\partial x} - i_b \frac{\partial (i_B \cdot B)}{\partial x} \right\} \quad \dots \dots \dots (6)$$

$$\text{河床低下: } \frac{\partial Z}{\partial t} = -\frac{1}{(1-\lambda_0)B} \frac{\partial (q_0 \cdot B)}{\partial x} + \frac{1}{(1-\lambda_0)} \left\{ a \frac{\partial \lambda}{\partial t} + (\lambda - \lambda_0) \frac{\partial a}{\partial t} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

$$\frac{\partial \lambda_b}{\partial t} = -\frac{1}{aB(1-\lambda)} \left\{ \frac{\partial (\lambda_b q_0 \cdot B)}{\partial x} - i_{b0} \frac{\partial (q_0 \cdot B)}{\partial x} \right\} + (\lambda_b - i_{b0}) \left(\frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial t} - \frac{1}{a} \frac{\partial a}{\partial t} \right) \dots \dots \dots (8)$$

ここに、 Z :河床高、 B :河幅、 a :交換層(armoring)の場合は armor coat と同じの厚さ、 λ および λ_0 : それぞれ交換層およびその直下の河床砂の空隙率、 i_{b0} : 交換層直下の河床砂中にある粒径範囲の砂が占める割合

2. 計算式とその特性

上記諸式を次の無次元量、 $\xi = x/R_0$, $S = Z/R_0$, $\eta = R/R_0$, $\omega_B = q_B/q_0$, $\tau = q_0 \cdot t / (1-\lambda) R_0^2$, $b = B/B_0$, $\alpha = a/R_0$, $F_0^2 = Q^2/gB_0^3$, $\varphi = \eta^3/u_*$, $I_0 = F_0^2/\varphi^2$ を用いた無次元化する

$$\therefore \frac{\partial \eta}{\partial \tau} + \frac{\partial S}{\partial \tau} + F_0^2 \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{1}{2b^3} \right) + \frac{I_0}{(\varphi/R_0)^2 b^3 \eta^3} = 0 \dots \dots \dots (9)$$

$$\omega_B = \frac{1}{\eta^3} \int_{d_{min}/d_0}^{d_{max}/d_0} i_b f \left(\frac{u_*}{u_{*c}} \right) d \left(\frac{d}{d_0} \right) \dots \dots \dots (10)$$

$$\frac{d i_b}{d \tau} = \xi_i \frac{d c_m}{d_0} \frac{d i}{d_0} \left(\frac{\varphi}{R_0} \right)^2 b^2 \eta^2 \dots \dots \dots (11)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \tau} = -\frac{\partial \omega_B}{\partial \tau} \dots \dots \dots (12)$$

$$\alpha \frac{\partial \lambda_b}{\partial \tau} = (i_b - i_{b0}) \frac{\partial S}{\partial \tau} - \omega_B \frac{\partial \lambda_b}{\partial \tau}, \quad \left(\frac{\partial S}{\partial \tau} > 0 \right) \dots \dots \dots (13)$$

$$\alpha \frac{\partial \lambda_b}{\partial \tau} = (\lambda_b - i_{b0}) \frac{\partial S}{\partial \tau} - \omega_B \frac{\partial \lambda_b}{\partial \tau}, \quad \left(\frac{\partial S}{\partial \tau} < 0 \right) \dots \dots \dots (14)$$

と3する。但し、 $\partial \lambda / \partial t = \partial a / \partial t = 0$, $q_0 = K u_*^3 / (\varphi - 1) g$, 添字0は基準点における量を表わす。これより、河床変動を規定する parameter は、初期条件および境界条件の値 F_0 , I_0 , φ/R_0 , b および $d_{c,m}/d_0$ であることがわかる。とくに、分級作用に因しては初期河床の粒度分布と $d_{c,m}/d_0$ が重要であると思われる。また、式(13), (14)において、 $\partial S / \partial \tau$ が大きいと右辺第1項が支配的になるが、 $d_i/d_m > 1$ に対して $i_b < i_{b0}$, $i_b < i_{b0}$, $d_i/d_m < 1$ に対して $i_b > i_{b0}$, $i_b > i_{b0}$ であるから、 $\partial S / \partial \tau > 0$ のとき粒度は細化し、 $\partial S / \partial \tau < 0$ のとき粗化する傾向があることがわかる。また、河床砂の粒度範囲が広いほど i_b と i_{b0} や i_{b0} との差が大きくなり分級作用が活発になることも明らかである。

3. 実験値と計算値の比較

実験水路は長さ15m、幅60cmで、中流部に幅40cm長さ3m、すり付部上下各1.5mの狭さく部が設置され

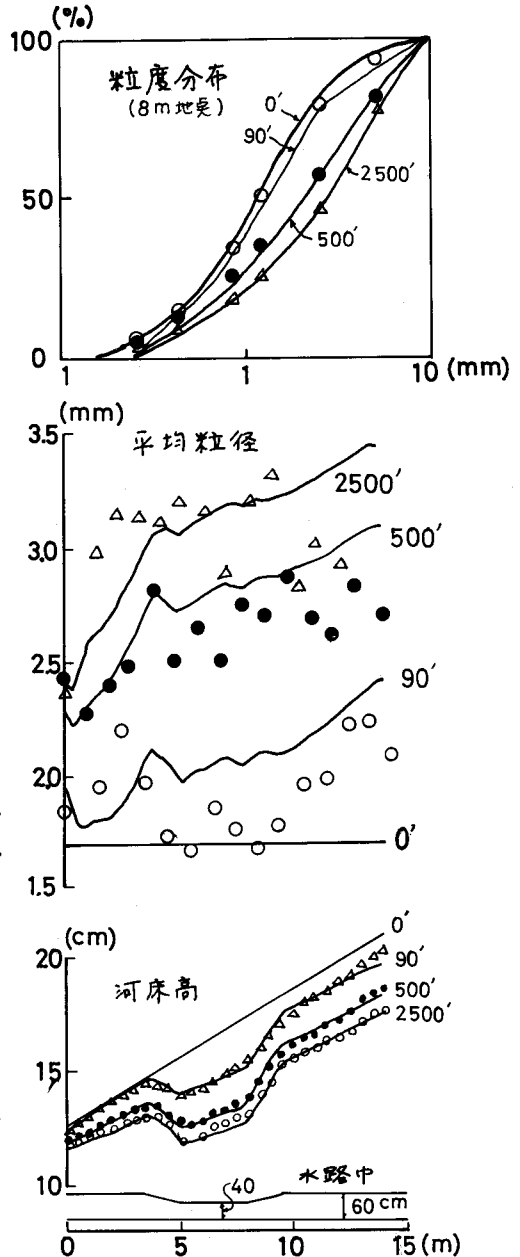


図-1 計算値と実験値の比較

ている。用いた河床材料は $d_{50} = 1.20 \text{ mm}$, $d_m = 1.69 \text{ mm}$, $d_{max} = 10 \text{ mm}$, 標準偏差 $\sigma_p = \sqrt{d_{90}/d_{10}} = 2.66$ の混合砂で、上流端から砂の補給は行っていない。従って、河床は次第に低下し、そこから armor されていく。計算は $R_0 = 3.8 \text{ cm}$, $I_0 = 0.0060$, $Q = 9.96 \text{ l/s}$, 下流端で水位一定という条件で行なった。計算値と実験値を比較すると図-1 のようになり、かなりよく一致している。

4. 静的平衡河床の分級特性

armoring に関する従来の研究は最終状態を対象としているので平衡河床における問題を取りあつたものと解される。このような場合に対しても前述の計算手法を適用すればよいわけであり、ここでは、現象を規定する parameter について検討するために条件を単純化して計算を簡略化することにする。式(12) および(14) を置き換へ対象区間について積分し、区間内で d_{50} と d_m がそれぞれ一定であるとし（あまり長くない狭さく郊や、parallel degradation の場合にはこの仮定は妥当であろう）、かつ、上流端から砂の供給がない場合には、

$$\frac{ds}{dt} = -\omega_B \dots \dots (15), \quad \frac{d\bar{d}_B}{dt} = (\bar{d}_0 - \bar{d}_B) \frac{\omega_B}{\alpha} \dots \dots (16), \quad \alpha = 12, \quad T' = \frac{R_0 \cdot t}{(1-\alpha) R_0 L}$$

また、対象区間が短かく、かつ、下流端の水位が時間的に変動しない場合には

$$\frac{ds}{dt} = -\frac{d\eta}{dt} (1 - F_0^2 / \eta^2) \dots \dots (17) \quad \text{parallel degradation の場合は} \quad \frac{d\eta}{dt} = 0 \dots \dots (18)$$

とおいてよいであろう。これらの式と式(10) および(11) を用いれば粒度分布の時間的変動状況が計算できる。その際、基準量として $t=0$ における値を用いれば、初期条件は $\eta=1$ ととり、現象を規定する parameter は η_c/η_0 , F_0 および初期河床の粒度分布の3つである。次に、これらの parameter が armoring に及ぼす影響をみるべし。

(1) 初期河床の粒度分布：粒度分布を対数

正規分布とする。但し、 $d_{max} = \infty$ とする不都合を避けるため $d_{max} = d_{99}$ としている。

平均粒径 d_{m0} と一定にし、標準偏差 σ_{p0} を種々変化させて式(10), (11), (16) および(17) を用いて計算する。また、静的平衡状態に達するのに理論上無限大の時間が必要であるが、ここでは $\omega_B = 10^{-7}$ とおき、これをもちいて最終状態とした。なお、この時 $u_{*c}^2/u_{*cm}^2 = 1.9 \sim 2.1$ であった。

以上による計算結果は右図のようである。図によると d_{50} の変化は d_m の変化よりかなり大きい。これは小粒径の砂が流出して粒度分布が一様になるためである。図は河床の狭さく郊における

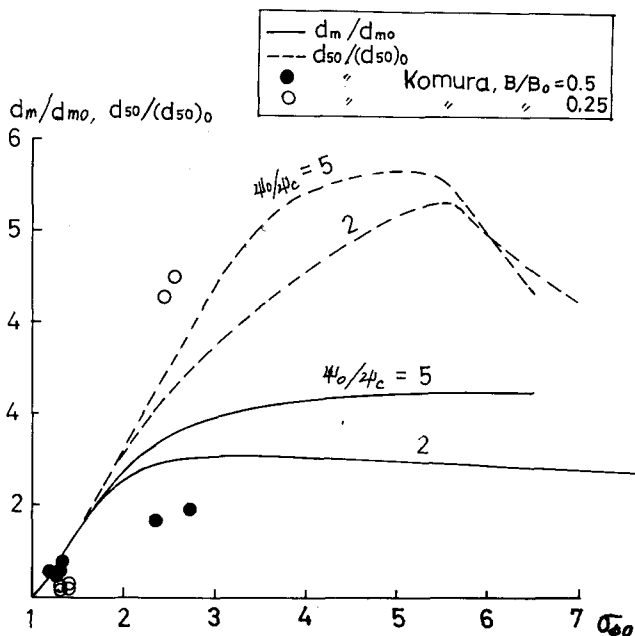


図-2 粒度分布と Armoring の関係

る実験値もplotされている。 4_0 の正確な値がわからないので定量的な比較はできないが、傾向はよく一致しているように見える。また、実験値は縮流の度が強いほど *armoring* も顕著であるが、これは縮流による 4_0 の増大によるものである。このように縮流比 B/B_0 は 4_0 を規定するところまで、*armoring* の間接的な関与していると考えられる。

(2)初期掃流力 4_0 : $\sigma_{\phi 0} = 3$ とし、 $4_0/4_c$ を変化させて計算を行なうと図-3 のようになり、 dm/dm_0 は $4_0/4_c$ とともに増大するが、 $4_0/4_c$ が大きくなると変化は小さくなり、一定に近くなる。これは $4_0/4_c$ が大きくなると式(10)の右辺の $f(4_0/4_c) \rightarrow 1$ となり、右辺の割合が起らないためである。

なお、フルート数 F_0 についても同様の計算を行なったが、 $F_0 = 0 \sim 0.7$ の範囲では結果は殆んど同じである。

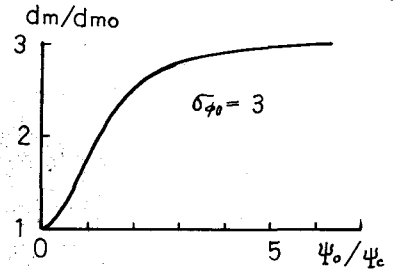


図-3 初期掃流力と *Armoring* の関係

5. 動的平衡河床の分級作用

動的平衡河床の条件は $\partial \bar{y} / \partial t = 0$ および $\partial i_b / \partial t = 0$

$$\text{より } \frac{\partial (i_b \bar{y}_0 B)}{\partial x} = 0 \quad \dots \dots (19)$$

$$\text{従って、} \frac{i_b f_i}{i_{b0} f_{i0}} = \left(\frac{\phi R B}{\phi_0 R_0 B_0} \right) \frac{B_0}{B}, \quad f_i = f\left(\frac{4_0}{4_c}\right) \quad \dots (20)$$

ここに、添字0は基準点における量を表す。上式において、 $i_b = i_{b0} = 1$, $f_i = f_{i0} = 1$, $\phi_0 = (R/R_0)^{1/2}$ とすると $(R/R_0)^{3/2} (B/B_0)^2 = 1$ となり、芦田の導いた式と一致する。式(20)、(11)および $\int di_b = 1$, $\int di_b di_b = dm$ より、動的平衡河床における水底および粒径はそれぞれ次のように表わせる。

$$\frac{\phi R}{\phi_0 R_0} = F \left\{ \frac{B}{B_0}, \frac{4_0}{4_c}, i_{b0}(d_i) \right\} \quad \dots (21) \quad \frac{dm}{d_0} = G \left\{ \frac{B}{B_0}, \frac{4_0}{4_c}, i_{b0}(d_i) \right\} \quad \dots (22)$$

上記の関係より数値計算を行なうと図-4 のようになり、予想とは逆に狭さく部では粒径が細かくなっている。なお、流量式を $i_b \bar{y}_0 / u_{*c} di = i_b K (u_{*c}^2 / g d_i)^m di f_i$ とおき指数 m を変えた計算も行なったが図のようになり、差はない。これは、式(14)において $\partial \bar{y} / \partial t = 0$ になると右辺第2項が支配的となるが、狭さく部ではその上流より掃流力が大きいため、 $di/dm > 1$ の砂の底はその上流の砂の底より大きく ($\partial i_b / \partial x > 0$)、 $di/dm < 1$ の砂ではその逆となり、粒度が次第に細かくなることによるものである。

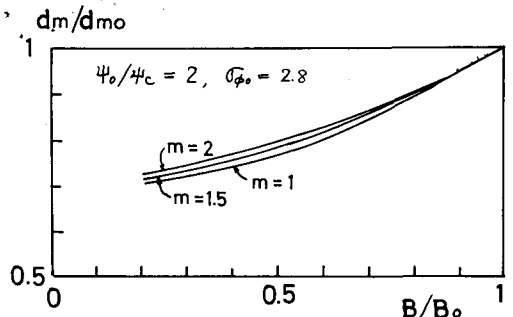


図-4 動的平衡河床の平均粒径

参考文献

- 1) Garde, R.J. and Idaran, S.M.: An Experimental Investigation of Degradation in Alluvial Channels, 12th IAHR (1967)
- 2) 河村三郎: ダム下流流域における河床変動の研究 (昭44.4)
- 3) Geesler, J.: Self-stabilizing Tendencies of Alluvial Channels, proc. of ASCE, Vol 96, WW2 (1970)
- 4) 芦田和男, 道上正雄: 混合砂礫の河床変動, 第15回水理講演会講演集 (昭46.2)
- 5) 平野宗夫: 貯水池下流の河床低下と *Armoring* 現象について, 第14回水理講演会講演集 (昭45.2)
- 6) 平野宗夫, 碓藤三: 分級作用をともなう河床変動, 第25回河辺学術講演会講演集 (昭45.11)
- 7) Egozaroff, I.V.: Calculation of Non-uniform Sediment Concentration, proc. of ASCE, Vol 91, HY4 (1965)
- 8) 芦田和男: 断面変化部における河床変動の研究, 京大防災研年報, 第6号 (昭38.7)