

## II-65 掃流砂量の1計算法と始動現象の検討

武蔵工業大学 正員 王 方一

修正 Rossinsky 式によって掃流砂量を計算するには，轉動，躍動および浮流などの限界流速の選定が必要である。これらについては数々の研究はあるが，定量的な限界値はつきり示されていないやうである。本文では岩佐教授の掃流限界値をえ通りの離脱確率時に相当すると假定して上記の式で掃流砂量を計算し，それらの間の相違，および Einstein, Kalinske 曲線との相違を比較した。また最大変動流速を標準偏差とある係数との乗積と考えた時，その係数の変化に伴う流砂量の相違，粒子に作用する流速の作用長のとり方による相違，さらに躍動粒子の平均移動速度のとり方による相違についても比較した。流相は乱粗域の場合を考え，流速分布は Kenlogan 型を採用した。計算は  $i=1/100$ ， $d=2\text{mm}$  および  $d=3\text{mm}$  の場合に限った。また §3 では始動時の粒子の離脱様相と普通の実験時の表層の傾斜の特徴について検討している。

(§6 の 2 層モデル掃流砂量表示式は後に 付け加えたので題目もいく分変わり，文脈には予備は免れない)

§1. 修正 Rossinsky 式の形 (Rossinsky: 1967, Soviet hydrology No.2; 王: 1971, 第15回水理講演集) 河床剪断力の増加に伴って，轉動，躍動 (滑動を含む)，浮流粒子は構成割合が変化しながら共存して移動すると考え，流砂量を  $q_T = q_B + q_s$  ----- (1) で表わす。浮流砂量  $q_s$  は従来の方法で求め，掃流砂量  $q_B$  は次式で表わす：

$$q_B = \beta \cdot d [\pi_r \bar{u}_r + \pi_j \bar{u}_j] \text{ ----- (2)}$$

ここに添字  $r, j, s$  は轉動，躍動 (滑動を含む)，浮流粒子に関する量を指し，

$$\pi_r = \varphi_r - \varphi_j ; \pi_j = \varphi_s - \varphi_j ; \varphi_r = \int_{u_{bcv}}^{\infty} f(u_b) du_b ; \varphi_j = \int_{u_{bcj}}^{\infty} f(u_b) du_b ; \varphi_s = \int_{u_{bcs}}^{\infty} f(u_b) du_b ; \text{ ----- (2a)}$$

$$f(u_b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \delta u_b} \exp \left[ -\frac{(u_b - \bar{u}_b)^2}{2\delta u_b^2} \right] . \quad \text{変形すれば,}$$

$$\varphi_r = \frac{1}{2} [1 - 2Y(X_r)] \text{ --- (3a) } \text{ or } \varphi_r = \frac{1}{2} [1 - \text{erf}(X_r/\sqrt{2})] \text{ ----- (3a) '}$$

$$\varphi_j = \frac{1}{2} [1 - 2Y(X_j)] \text{ --- (3b) } \text{ or } \varphi_j = \frac{1}{2} [1 - \text{erf}(X_j/\sqrt{2})] \text{ ---- (3b) '}$$

$$\varphi_s = \frac{1}{2} [1 - 2Y(X_s)] \text{ --- (3c) } \text{ or } \varphi_s = \frac{1}{2} [1 - \text{erf}(X_s/\sqrt{2})] \text{ ---- (3c) '}$$

$$\text{よって } Y(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^X \exp(-x^2/2) dx \text{ ---- (4) ; } \text{erf}(T) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^T \exp(-t^2) dt \text{ ---- (5)}$$

$$X_r = (u_{bcv} - \bar{u}_b) / \delta u_b \text{ --- (6a) ; } X_j = (u_{bcj} - \bar{u}_b) / \delta u_b \text{ --- (6b) ; } X_s = (u_{bcs} - \bar{u}_b) / \delta u_b \text{ --- (6c).}$$

$$\text{また } \beta = \frac{2}{3} Re Re_1 , N_b = Re_1 / \sqrt{d} , N_{be} = Re N_b \text{ ----- (7)}$$

$$\bar{u}_r = \int_{u_{bcv}}^{\infty} (u_b - u_{bcv}) f(u_b) du_b / \varphi_r \approx \bar{u}_b - \bar{u}_{bcv} \text{ ----- (8)}$$

$$\bar{u}_j \approx \bar{u}_b \text{ ----- (9) } \left. \begin{array}{l} u_{bcv} = \bar{u}_{bcv} + u'_{bcv,max} ; u_{bcj} = \bar{u}_{bcj} + u'_{bcj,max} \\ u_{bcs} = \bar{u}_{bcs} + u'_{bcs,max} \end{array} \right\} \text{ ----- (2b)}$$

$$\bar{u}_b = a_b u_* \text{ とすれば (2) は } q_B = \beta d [\pi_r (a_b u_* - a_{bcv} u_{*cr}) + \pi_j a_b u_*] \text{ ----- (10)}$$

となる。乱粗域の場合，代表流速の作用高さ  $b = \alpha d$  の  $\alpha$  を一定とすれば  $a_b = a_{bcv}$

となり,  $g_B = \beta d \cdot a_b [\pi_r (u_* - u_{*cr}) + \pi_j u_*]$  ----- (11) を得る.

Rossinsky の原式は  $g_B = \beta d a_r [\pi_r (\bar{u}_m - \bar{u}_{mc}) + \varphi_r \bar{u}_m]$  ----- (12),  $a_r = \bar{u}_b / \bar{u}_m$  になっており, (11)式に比して  $\pi_j$  が  $\varphi_r$  になって浮流限界を考へていない。

以下の比較計算では (11)を使用し,  $\beta$  は Rossinsky 提案の 0.2 を採用した。

## § 2. 最大瞬間底速

底速の変動を正規分布とすれば  $u_{bmax} = \nu \sigma u_b$ ,  $u_{bmax} = u_{bmax} - \bar{u}_b$ , より最大瞬間底速は  $u_{bmax} = \bar{u}_b (1 + \nu K_{ub})$  で表わされる。こゝに  $K_{ub} = \sigma u_b / \bar{u}_b$ 。近底における  $K_{ub}$  と  $\nu$  のとるべき値は研究者によって異なる。  $K_{ub}$  については 0.33, 0.25 (Kalinske 1942, 1947); 0.167 (pantelopulos 1955, 1957),  $fun(\%) = 0.16 \sim 0.32$  (Rossinsky) などがある。また慣用の  $\sigma u / u_* \approx 2$  と  $\bar{u}_b = a_b u_*$ ,  $a_b = fun(\alpha)$  を用いて  $K_{ub} = \sigma u_b / \bar{u}_b$  を計算すれば  $K_{ub} = 0.34$  ( $\alpha = 0.35$  に対し), 0.263 ( $\alpha = 0.70$  に対し), 0.249 ( $\alpha = 0.85$ ), 0.235 ( $\alpha = 1.0$  に対し) を得る。また  $\nu$  については 3 と 2.4 などの説がある。これらの値は特殊な状態での実験, 現地観測 あるいは半理論的に得られたもの一般的とはいえない。流砂のある場合の近底の乱れはより複雑である。本文の計算では  $K_{ub}$  は Rossinsky の  $gr\%$   $\sim K_{ub}$  を用い,  $\nu$  は 3 と 2.55 の2種とした。

## § 3 粒子の移動形式と各段階の限界移動

平坦河床において河床剪断力の増加と共に重力, 浮力, 抗力, 揚力の割合が変化し, 転動限界底速を超え転動する粒子, 無重限界底速(揚力=水中重)を超え浮き上がり滑動する粒子, また,  $u_{bcj} < u_b < u_{bcs}$  ( $u_{bcj}$ : 無重限界底速,  $u_{bcs}$ : 浮流限界底速) になって底面より, はなれて躍動するもの, さらに  $u_b > u_{bcs}$  になって浮流するものも共存して移動すると考えられる。これらの原因で移動開始したものも流れ自身の脈動, 底面との接觸・衝突, 粒子同士の衝突などにより, 再静止, 再転動, 再滑動, 再跳躍へと移行をくり返して流下して行く。また既に移動した粒子の衝突を受け, 静止より始動する粒子もある。Rossinsky の式では第1始動を転動とし, 第2始動を滑動(本文の躍動初期に相当)としているが, 粗面上に単独粒子がおかれる場合にはそうはいえるが, 密に配置されているとき即ち粒子中心距離  $l = d$  のときには, まず粒子がいく分浮いてから転動するものも考えられ, これは跳躍限界が転動限界の前にあるいは同時におこることを意味する。実験室での観察で 転動が始まるのは表層を何れの方法で平にならす際, 事实上完全にできないことが原因であると考えられる。全深さを一箇一箇人工的に配置しない限り  $l = d$  の配列は現われない。仁丹やほほ一様な砂(3mm)を板で軽く押し, あるいは平にならすとき表層の数が密に配列したときの個数より少く, 概略の目測で  $\frac{1}{2} \sim \frac{1}{4}$  程度, 送って  $l = (1.2 \sim 1.4)d$  の状態が起る。ならす速度, 粒径, 設定高さとも粒子頂部との距離にも依存する。このような状態の表面粒子の流体力の受け方は単独粒子の場合と似ており, 転動に有利な状態にある。異なるのは上流粒子の後流, 下流粒子の干渉などの影さようが入る点である。この様な配列にある粒子周りの流相は複雑で乱れの性状諸量が不明なので, 流砂量比較計算では §2 で示した値より選んで用いた。

#### §4 計算に使用した限界移動底速

土屋教授は岩恒掃流基準を  $N_1/N_0=0.5\%/sec$  相当としている。 ( $N_1$ : 単位時間, 単位幅当りの通過粒子数,  $N_0$ : 単位面積当りの粒子数)。筆者の  $d=3mm$  についての実験もこれに近い数値を得ている。また Dou 氏は Shields 曲線と離脱確率 5% 時相当としている。これらの相互関係は不明のいま, 確率の % と假定して, 法砂量計算を行った。岩恒教授の掃流基準実験式によれば,  $d=2mm$  に対して  $h_{cr}=1.42cm$ ,  $\theta_{cr}=1/\sqrt{s} = 0.043$ ;  $d=3mm$  に対して  $h_{cr}=2.53cm$ ,  $\theta_{cr}=0.051$  を得る。この基準をかりに離脱確率 5% 時 ( $(u_{sc}-\bar{u}_0)/\bar{u}_0=1.64$  相当) とすれば「確率 0.5% ( $\nu=2.55$  相当) に対する  $h_{cr}$  は  $A_0(2.55) U_{sc}(2.55) = (1+1.64 K_{u0}) A_0(1.64) U_{sc}(1.64) / (1+2.55 K_{u0})$  ..... (13);  $h_{cr} = U_{sc}^2(2.55) / sgd$  ..... (13') より求められる。  $K_{u0}$  を Rossinsky の  $fum(d/h)$  曲線で求めると,  $d=2mm$  に対して  $h_{cr}=1.13cm$ ,  $\theta_{cr}=0.034$ ;  $d=3mm$  に対して  $h_{cr}=1.80cm$ ,  $\theta_{cr}=0.037$  を得る。また離脱確率 0.1% 時 ( $\nu=3$  相当) の量に換算すれば  $d=2mm$  に対して  $h_{cr}=0.86cm$ ,  $\theta_{cr}=0.026$ ;  $d=3mm$  に対して  $h_{cr}=1.53cm$ ,  $\theta_{cr}=0.031$  を得る。

Rossinsky は (揚力)  $\pm$  (水中重) と (垂直変動流速)  $\pm$  (沈速) の間の段階を「滑動」としているが本文では躍動を用語とする。Rossinsky の限界躍動瞬間底速は  $U_{obj} = \sqrt{\frac{4}{3} sgd}$  ..... (14),  $C_L=0.12$  になっており, 他の研究者のものはいく分異なるが, 今回は (14) 式のみを用いた。

浮流限界は椿教授の  $\theta_{cs} = 1/\sqrt{s} \approx 0.70$  ( $d > 2mm$  に対して) を借用しこれより浮流限界底速  $U_{scs} = (1+\nu K_{u0}) A_0 \sqrt{\theta_{cs} sgd}$  ..... (15) を求めた。類似の研究の値は検討しなかった。

#### §5. 計算結果

岩恒基準を確率 5% 時相当として換算した 0.5% 時の量を轉動限界値とする計算法砂量の結果は図-1 に示す  $\alpha=0.35, 0.70, 1.0$  の変化による相違を示す。躍動平均移動速度  $\bar{u}_j$  は  $U_b=ad$  および  $U_b=2.5d$  の 2 種を用いた。  $b=2.5d$  は Bagnold (1951, or Henderson の本の引用) に示した粒子の静水中での貫通距離の式  $x_p = \frac{4.5d}{3} \ln 2$  ..... (16) に  $s=2.65$  を入れた  $x_p=2.5d$  を採用した。図-1 によれば低日量に対して  $\alpha=0.35$  と  $\alpha=0.7$  のとき, Einstein 曲線と比較的に近づく。浮流限界 0.71 になるとどれも大きく下まわる。図-2 は  $d=3mm$ ,  $\alpha=0.35$  のとき,  $\nu=2.55$  と  $\nu=3$  とする法砂量強度の相違を示す。結果は大差はない。図-3 は岩恒基準の水深  $h_{cr}=2.53cm$  ( $d=3mm$ ) をかりに 0.5% の離脱確率時と 0.1% 時に相当するとして計算した結果である。  $\alpha=0.35$  のとき, Einstein 曲線を大きく下まわるが  $\alpha=0.7$  であれば相当接近することになる。

#### §6. 2層移動モデルに基づく掃流砂量の計算法

§3 後半での検討に基づき, 次の掃流砂量表示法式を試みた。

假定 (1): 表層の粒子数  $r_e N_0$  とし, 轉動限界底速以上になって轉動を始め, 跳躍(無重) 限界底速になると跳躍粒子も共存する。

(2) 2層目の受力粒子数  $(1-r_e) N_0$  とし, 躍動限界底速以上になってから離脱する。

従って掃流砂量は  $q_B = q_{B1} + q_{B2} = \bar{v}_s r_e N_0 (\pi_r \bar{u}_r + \pi_j \bar{u}_j) + (1-r_e) \bar{v}_s N_0 \pi_j \bar{u}_{j2}$   
 $= \frac{2}{3} r_e k_d d [\pi_r \bar{u}_r + \pi_j \bar{u}_j + (\frac{1}{r_e} - 1) \pi_j \bar{u}_{j2}]$  ..... (17)

ここに  $\bar{v}_s = \frac{2}{3} d^3$ : 差当り  $\bar{u}_j = \bar{u}_{j2}$  とすれば  $q_B = \beta d [\pi_r \bar{u}_r + \pi_j \bar{u}_j / r_e]$  ..... (18)

$\beta = \frac{2}{3} r_e k_d$ ,  $k_d=0.785$  より  $\beta=0.2$  とすれば  $r_e=0.382$ ,  $1/r_e=2.62$  となり, 従って

$g_B = 0.2 d [\pi_r \bar{u}_r + 2.62 \pi_j \bar{u}_j] \dots (19)$   
 を得る。  $d=3\text{mm}$  についての計算結果は図-2に示す。  $\bar{u}_j = \bar{u}_b = 2.5d$  としたとき  $\theta = 0.10$  近辺で Einstein 曲線よりやや下まわるが  $\beta = 0.3$  とした

$g_B = 0.3 d [\pi_r \bar{u}_r + 1.745 \pi_j \bar{u}_j] \dots (20)$   
 を用いればほとんど一致する結果を得る。  
 他の条件については補算中であるが 全般的には 図-1, 2, 3 に示すような (11) 式による高  $\theta$  値範囲での計算値過少の傾向は  $\bar{u}_b = \bar{u}_b = 2.5d$  を (20) 式と併用すればなくなるという。

謝辞: 岸教授, 渡部教授より多くの援助, 助言, はげまを受け, 記して謝意を表わす。

