II-59　アーマリング効果を考慮に入れた河床材料とその解析

建設省土木研究所　正員　土屋昭彦
正員　○山本晃一

1．緒言　礫河床は通常大粒径のものから成り、通常のふるい分け試験が適用できない場合が多い。又特にダム下流等上流からの供給土砂量がストップしたような場合、表面にアーマコートを生成し表層の粒径が大きくなる。

筆者はアーマコートの粒度特性を知る必要にせまられ、表面粒度のサンプリング法について考え、予備調査した。ここにその結果について述べ、それを使った二つの川の粒度特性についても述べる。

2．サンプリング法　従来、表面粒度のサンプリング方法として①面積格子法、②線格子法、③平面採取法、④写真測定法などがある。これらの採取法については文献1)に詳しく書かれているので参照してほしい。これらの①、②、③、④の内、河床礫のランダムな標本抽出という面から考えれば②の方法が最も良い。又一番道具も少なく簡単な方法である。③の方法は、表面に存在する石をすべて採取するから一見優れているように見えるが、採取するべき石を見わけられない欠点を持つ。現場での石の採取に時間が取れない時には、河床の写真を取り写真上で①の方法を取れば良い。

3．採取した石の測定法　河床上にある石は球では無く、かなり偏平している。石の大きさを表わす代表径として、同体積に相等する直径（相等球径 ϕ_s）を考える。石の測定対称としては次のものが考えられる。㋑礫の重さ W、㋺礫の三軸長、長軸 a、中軸 b、短軸 c、㋩礫の三周長、長周 l_1、中周 l_2、短周 l_3、相等球径 ϕ_s は、ρ_s を石の密度とすると $\phi_s = \sqrt[3]{6W/\rho_s\pi}$ と成る。しかし一般には W を計るのは手数がかかるから現場では㋺、㋩を計ることになる。

㋺と㋩の測定値より評価される代表径を ϕ_k とすると ϕ_s と ϕ_k との差が小さいものほど評価径として良いことになる。今 $\phi_k = \alpha_i \cdot \phi_i$ とし、ϕ_i として次の12の方法を考えてみる。$\phi_1 = (6/\pi \cdot c^2 \cdot a^{1/2} \cdot b^{1/2})^{1/3}$，$\phi_2 = 1/\pi \cdot \sqrt[3]{l_1 \cdot l_2 \cdot l_3}$，$\phi_3 = (l_1 + l_2 + l_3)/3\pi$，$\phi_4 = \sqrt[3]{a \cdot b \cdot c}$，$\phi_5 = (a+b+c)/3$，$\phi_6 = 1/\pi \cdot \sqrt{l_2 \cdot l_3}$，$\phi_7 = (l_2 + l_3)/2\pi$，$\phi_8 = (a+b)/2$，$\phi_9 = \sqrt{a \cdot b}$，$\phi_{10} = \sqrt{a \cdot b}$，$\phi_{11} = (a+c)/2$，$\phi_{12} = b$

ここで α_i は ϕ_i を何倍にすれば、統計的に ϕ_k に近くなるかという係数である。この12の内、ϕ_k としてどの方法が良いか確かめるために、多摩川調布付近の河床のサンプリングをした。採取粒子数は114個である。比重は2.66であった。代表径として何が良いかを評価するには次のようにすれば良い。

$\underline{P} = \sum^{N} (1 - \alpha_i \cdot \phi_i/\phi_s)^2$ を最少にするには $\dfrac{\partial P}{\partial \alpha_i} = 0$ より

$\alpha_i = \sum (\phi_i/\phi_s) / \sum (\phi_i/\phi_s)^2$　　もっとも良い ϕ_k は、標本の標準偏差 $\sigma_i = \sqrt{1/N \cdot \sum (1 - \alpha_i\, \phi_i/\phi_s)^2}$ が1番小さいものである。

表1に α_i と σ_i の結果を示す。これによれば ϕ_7 の方法が一番良いが周長を計るより、径を計る方が簡単であり、粒度調査と言うものの正確度を考えれば、ϕ_4 の方法がすすめられる。又 α_4 も1として十分であろう。結局 ϕ_k としては

$$\phi_k = \sqrt[3]{a \cdot b \cdot c}$$

表1

ϕ_i	α_i	σ_i^2	ϕ_i	α_i	σ_i^2
ϕ_1	1.054	0.0209	ϕ_7	0.963	0.00489
ϕ_2	0.889	0.00525	ϕ_8	0.778	0.01411
ϕ_3	0.874	0.00562	ϕ_9	0.800	0.01373
ϕ_4	1.039	0.00694	ϕ_{10}	1.049	0.01495
ϕ_5	0.952	0.00792	ϕ_{11}	0.932	0.01297
ϕ_6	0.974	0.00499	ϕ_{12}	0.970	0.02362

が良いだろう。

4. サンプリング標本の統計的処理　さてサンプリングし、石径を推定したら、それをどのように処理したら良いか考えよう。

今確率変数Xとして粒径dを取る。$s(X)$をX＝dの石が、河床面上に占める面積の支配確率密度 $S(X)$をその累加関数，つまり $s(X)=dS(X)/dx$，$m(X)$をX＝dの石が，河床面に存在する個数分布密度，$M(X)$をその累加関数，$b(X)$を河床面に存在する石の粒度分布（重量），$B(X)$をその累加関数，$f(X)$を河床面の石の粒度組成が，河床面下も統計的に一様であった時の粒度分布とし，$F(X)$をその累加関数とする。

ところで「河床面にランダムに1点を決めた時，そこに出現する礫径dの石の出現する割合は，礫径dの石が河床面上に支配する面積確率密度に比例する。」と考えて良い。この性質を利用することによって$s(X)$，$m(X)$，$b(X)$，$f(X)$は互に，次のような関係で結ばれることになる。

一定面積Gの中で考える。X＝dをΔXの小さ間に分け$(n-1)\Delta X<X<n\Delta X$にある礫個数を$a(n\Delta X)$とする。　$G=\beta\cdot\pi/4\cdot\sum_{n=1}^{n\,max}Xn^2\cdot a(n\Delta X)$　‥‥ (1)　　ここで$Xn=(2n-1)/2\cdot\Delta X$でβは礫のかさなりぐあいによって決まる定数$\beta<1$，

$S(Xn)\cdot\Delta X=\gamma\cdot\pi/4\cdot a(n\Delta X)\cdot Xn^2/G$　‥‥ (2)　γも礫のかさなりぐあいによって決まる定数（Xnによって変化するが一定としておく。）

$$m(Xn)\cdot\Delta X=a(n\Delta X)/\sum_{n=1}^{n\,max}a(n\Delta X)\quad\text{‥‥ (3)}$$

$$b(Xn)\cdot\Delta X=\pi/6\cdot\rho_s\cdot g\cdot a(n\Delta X)\cdot Xn^3/\sum_{n=1}^{n\,max}\pi/6\cdot\rho_s\cdot g\cdot a(n\Delta X)Xn^3=a(n\Delta X)\cdot Xn^3/\sum_{n=1}^{n\,max}a(n\Delta X)\cdot Xn^3\quad\text{‥‥ (4)}$$

$f(Xn)$は次のように考えられる。河床面下をどこの水平断面で切っても，そこに出現する石の粒度組成は，表面と同じであると考えられるから、単位体積中に占めるXnの石の重さは$\rho_s\cdot g\,\pi/4\cdot Xn^2\cdot a(n\Delta X)\cdot(1-\xi)$　ここでξは空隙比　よって$f(X)$は

$$f(Xn)\Delta X=\rho_s g\,\pi/4\,Xn^2(an\Delta X)\cdot1\cdot(1-\xi)/\sum_{n=1}^{n\,max}\rho_s g\,\pi/4\,Xn^2a(n\Delta X)\cdot1\cdot(1-\xi)$$
$$=Xn^2a(n\Delta X)/\sum_{n=1}^{n\,max}Xn^2a(n\Delta X)\quad\text{‥‥ (5)}$$

(2)を(3)，(4)，(5)に代入して

$$m(Xn)\cdot\Delta X\fallingdotseq(S(Xn)/Xn^2)/\sum_{n=1}^{n\,max}(S(Xn)/Xn^2)\quad\text{‥‥ (6)}$$
$$b(Xn)\cdot\Delta X\fallingdotseq S(Xn)\cdot Xn/\sum_{n=1}^{n\,max}S(Xn)\cdot Xn\quad\text{‥‥ (7)}$$
$$f(Xn)\fallingdotseq S(Xn)\quad\text{‥‥‥ (8)}$$

ところで河床に1点を決めた時，そこに出現する確率は$S(X=d)$に等しい。よってランダムに石を十分採取してX＝dの個数分布密度$d(Xn)$を作れば$d(Xn)$は$S(Xn)$の推定値となる。

$$d(Xn)\cdot\Delta X=e(n\Delta X)/\sum_{n=1}^{n\,max}e(n\Delta X)\fallingdotseq S(Xn)\Delta X\quad\text{‥‥ (9)}\qquad E(Xn)=\sum_{n=1}^{n\,max}d(Xn)\quad\text{‥‥ (10)}$$

ここで$e(n\Delta X)$は$(n-1)\Delta X\leq X<n\Delta X$にある採取礫個数である。このことは線格子法，面積格子法によって採取した石の度数分布密度は$S(X=d)$の推定値になることを意味している。

図－2は多摩川調布付近の河床石を面積格子法，線格子法によって$E(Xn)$を求めたものである。両方法は，至近地点で行なったため同一の曲線となる。同一図上に(6)，(7)式によって$B(d)$，$M(d)$を計算したもので、$B(Xn)$は$S(Xn)$に比較して小さい粒径のものを小さめに，逆に$M(Xn)$は大きめになる。

(7)，(8)の交換式を確かめるために次のようなことを行なった。

文献(1)の人達によって長良川の石のサンプリングが行なわれている。彼らは面積格子法，線格子法による採取と，$1\,m^2$の河床面上の石の全露出粒子の採取（平面採取法）を至近地点で行なっている。その結果を図－3に示す。線格子と面格子法は$E(X)$を示し，同じ曲線になる。平面採取した石は，ふるい分けられ，粒径加積曲線を示したもので我々の考える$B(X)$に相当する。河床面の$S(X)$を線及び面格子法の平均値を取り，(7)式を使うことによって$B(X)$を推定する。その結果を図－3で示す。計算と実測は良く合う。(8)式を確かめるために，我々がアーマコートの実験をした時の資料を使う。コンクリートミキサーで良く，数種の粒径から成る石を混合し，それを水路に敷きならした。それの河床面を面格子法で$E(X) \fallingdotseq S(X)$を求めた。その結果が図－4に示されている。又通常のふるい分けも行なわれた。良く石が混合され，統計的に一様になれば$F(X)$を求めることになる。その結果も図－4に示され，(8)式は良い適合性を示している。

図2

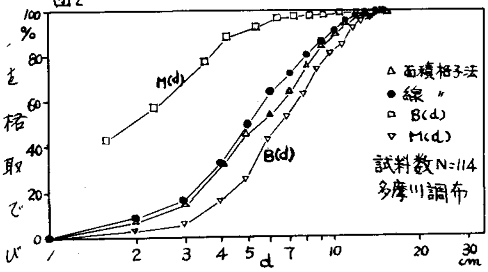


図3 B(X)とB(X)の関係

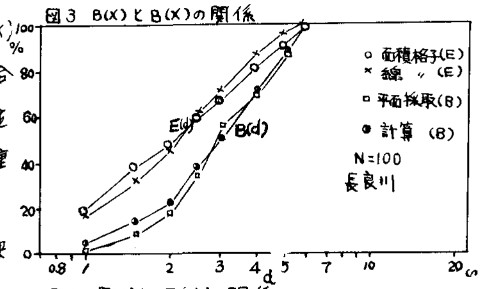


図4 F(X)とE(X)の関係

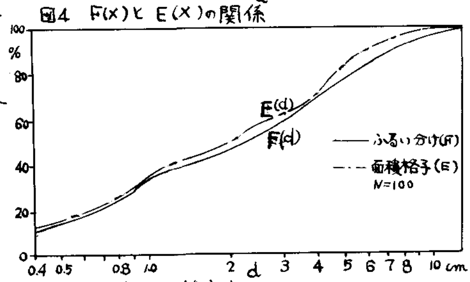
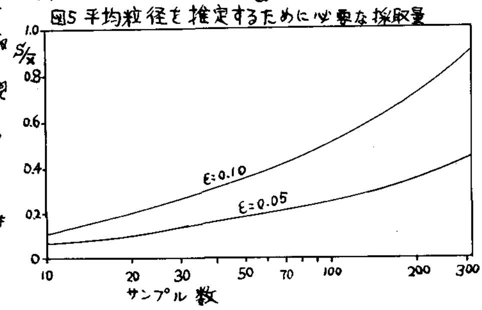


図5 平均粒径を推定するために必要な採取量



5. サンプリング必要粒子数

河床の平均粒径を推定するのに必要な粒子数について考えてみよう。河村ら[1]によれば60ケ以上取れば良いと言っている。ここでは彼らと少し異なった方法によって必要採取ケ数を考えてみる。$d(X)$は近似的に平均m，分散σ^2の正規分布$N(m, \sigma^2)$と考えて良い。今母集団より標本数Nを取った時，標本平均$\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i$が，ある信頼区間におさまるような必要ケ数$N$を求めてみよう。母平均$m$，母分散$\sigma^2$は我々は知ることが出来ない。今新しい確率変数

$$T_N = \frac{(\bar{X} - m)}{S} \sqrt{N-1} \quad \cdots\cdots (11)$$

をとる。 $S^2 = 1/N \cdot \sum_{i=1}^{N} (X_i - \bar{X})^2$ 　そうするとTは自由度N－1のstudent分布

$g(T_N) = \Gamma(N/2)/\Gamma(1/2) F\left(\frac{N-1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{N-1}\right)^{1/2} \left(H \frac{T^2}{N-1}\right)^{-N/2} \cdots\cdots (12)$ 　となる。今標本平均が95％の確率で$(\bar{X}-\beta, \bar{X}+\beta)$におちるためには　$P(-\alpha_n < T_N < \alpha_n) = \int_{-\alpha_N}^{\alpha_N} g(T) = 0.95$　なる信頼区間を求めて　$\left|\frac{\bar{X}-m}{S}\sqrt{N-1}\right| < \alpha_N$　よって　$\bar{X} - \alpha_N \frac{S}{\sqrt{N-1}} < m < \bar{X} + \alpha_N \frac{S}{\sqrt{N-1}}$　より　$\beta = \alpha_N \frac{S}{\sqrt{N-1}} \cdots (13)$ となる。逆にPを決めた時，$\bar{X}$が95％の確率で$(\bar{X}-\beta, \bar{X}+\beta)$におちるために必要な標本数は(13)式より求まる。　$\beta = \varepsilon\bar{X}$とすると　$N = (\alpha_N/\varepsilon \cdot k)^2 + 1$，$k = S/\bar{X}$（変動率）… (14) となる。粒径$d$は2けたまで求まれば実用上十分である。$\varepsilon$として0.05，0.1を取って必要ケ数と変動率kとの関係は図－5に示される。よって予備調査をしてkの大略値を知れば，必要な粒子数が求まる。kは$E(X_n)$曲線より $k = S/\bar{X} \fallingdotseq \sqrt{\frac{d_{84}}{d_{16}}} / d_{50}$ によって推定できる。通常の河床ではkは0.5を越えることはめったにない。誤

差として平均粒径の一割を許せば、100 個石を採取すれば十分であろう。

6. 河床表面粒度調査例　　○調査地点　天竜川秋葉ダム下流 40k～46.5k，河床勾配 1/460 及び黒部川 1～20k，河床勾配 1/100 で河床材料調査を行なった。

○調査目的　秋葉ダム下流のように上流からの土砂補給が stop したような河床材料（表面にアーマコートを生成し、安定な河道にあると考えられる。）と，黒部川のような河床変動の激しい不安定な河との河床材料を比較することによって，アーマコートの特性を明らかにし，又表面粒度と，地中粒度を比較することによって土砂の移動特性（混合砂の場合）を明らかにしていく。

○解析法　　平均粒径 $d_m=\sum_{p=0}^{p=100} d\Delta p / \sum_{p=0}^{p=100}\Delta p$，均等比 $M=\sum_{p=50}^{p=100} d\Delta p / \sum_{p=0}^{p=50} d\Delta p$，偏平度 $\alpha = bc/a^2$ などを使って粒度特性をとらえ，それを比較する。線格子法による粒度調査は，河床面の粒度組成が河床面下も統計的に一様であれば，地中粒度分布（ふるい分け）と同じであるから，線格子法による粒度分布と地中粒度分布をそのまま比較すれば，そのちがいは表面と地中の粒度分布のちがいになる。

○調査結果　天竜川　イ)偏平度は 0.3 位で下流に向って大きくなる傾向にある。ロ)均等比は 2.5～3.0 でほとんど変化しない。安定な粒度分布　ハ)表面石平均粒径は，表面下の石の平均粒径より大きい。ニ)アーマコートの厚さは一粒径ぐらいである。ホ)地中の均等比はかなりばらつく。せん断力の大きい所では均等比が小さくなる傾向がある。ヘ)彎曲部の堆石部では横断方向に粒径が変化する。（水深に比例）　　黒部川　イ)45年12月調査時点において，表面粒径（通常は水は流れない所）は深さ 50cm の平均粒径より小さい。洪水後小粒径を落していくと思われる。ロ)44年8月11日の洪水 peak 流量 5661 ton/s 後の粒度調査と45年12月の調査で平均粒径が小さくなっている。300 ton/s 位の限界粒径が 3～4 cm であり，この粒径がぬけ落ちたと考えられる。（図-8）ハ)表面粒径の M は非常に大きく，又測定点で非常にばらつく。

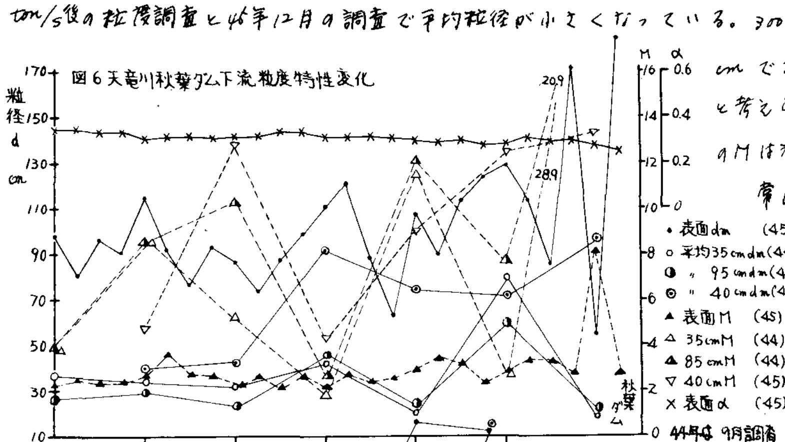


図6 天竜川秋葉ダム下流粒度特性変化

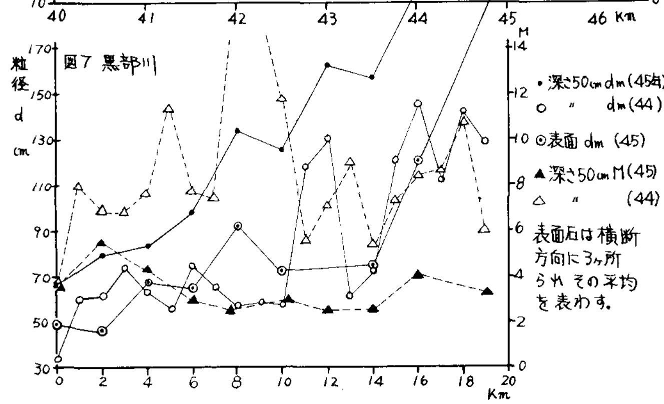


図7 黒部川

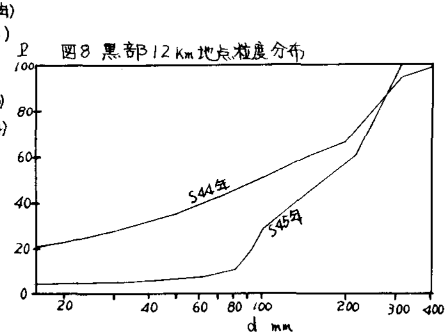


図8 黒部12Km地点粒度分布

参考文献

1)河村三郎，小沢功一；山地河川における河床材料のサンプリング方法と粒度分布，土木学会誌 Vol.55 1970年 12月