

II-24 透過性構造物による波の変形に関する研究(2)

——鉛直捨石護岸からの反射率について——

建設省土木研究所 正員 富永正照

建設省河川局海岸課 正員 坂本忠彦

まなびき 岸壁あるいは海幸堤防などの構造物からの反射波を減少させるため、その前面に捨石あるいは異形コンクリートブロックで消波工をつくる工法は各地で多く採用されている。本報告では、このような消波工内部での波の運動を抵抗を受けく進行する波の運動として、理論的に取り扱うことを試み、鉛直捨石護岸からの反射率について実験結果と比較し、このような問題に対する定量的検討の可能性を示したのである。

1. 理論的検討

1.1. 基礎方程式、透過性構造物内での波の運動に関してはすでに報告したので、詳細は参考文献にゆずるが、Fig. 1. に示すような座標系における各領域内でのオー近似的基礎方程式は以下のようなものである。

領域Ⅱ (抵抗を受けない領域) 領域Ⅰ (線形抵抗)

$$\text{連続式 } \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial w_2}{\partial z} = 0 \dots (1) \quad \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial w_1}{\partial z} = 0 \dots (2)$$

$$\text{運動方程式 } \frac{\partial u_2}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_2}{\partial x} \dots (3) \quad \frac{1}{\lambda} \frac{\partial u_1}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_1}{\partial x} - \frac{g}{k} u_1 \dots (4)$$

$$\frac{\partial w_2}{\partial t} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_2}{\partial z} \dots (5) \quad \frac{1}{\lambda} \frac{\partial w_1}{\partial t} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_1}{\partial z} - \frac{g}{k} w_1 \dots (6)$$

$$\text{境界条件 } w_2 = 0, z = -h \dots (7) \quad w_1 = 0, z = -h \dots (8)$$

$$\frac{\partial \eta_2}{\partial t} = w_2, z = 0 \dots (9) \quad \frac{\partial \eta_1}{\partial t} = w_1, z = 0 \dots (10)$$

$$p_2 = 0, z = 0 \dots (11) \quad p_1 = 0, z = 0 \dots (12)$$

$$u_1 = 0, x = l \dots (13)$$

領域の連続条件

$$\text{水位の連続 } \eta_2 = \eta_1, x = 0 \dots (14)$$

$$\text{流速の連続 } u_2 = u_1, x = 0 \dots (15)$$

$$\text{圧力の連続 } p_2 = p_1, x = 0 \dots (16)$$

1.2. 領域Ⅱの解 領域Ⅱの解は微小振幅波理論の解であるから、入射波 H_I と、反射波 H_R を考えてポテンシャル表示を行なうと

$$\varphi_2 = -iC_2 \frac{\cosh k_2(z+h)}{\sinh k_2 h} \left\{ \frac{H_I}{z} e^{i(\delta t - k_2 x)} + \frac{H_R}{z} e^{i(\delta t + k_2 x)} \right\} \dots (17)$$

$$\delta = 2\pi/T, \quad \delta^2 = g k_2 \tanh k_2 h, \quad \delta = k_2 C_2 \dots (18)$$

(18) 式より求まる波数は $\pm k_2$ という一組の実根と、無限に多くの純虚根を持っている。実根は入射波

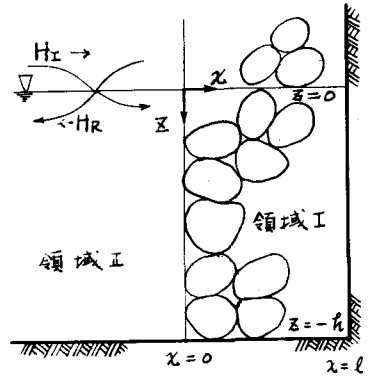


Fig. 1. 鉛直捨石護岸と座標系

ただし鉛直捨石堤の空隙率を λ 、透水性係数を k とし、水深は h とする。流速 u_2, u_1 は断面平均流速をとるものとする。

および反射波に対応し、虚根は波高が距離の関数として、指数関数的に減衰する擾乱波に対応するが、(17)式においては入射波および反射波のみを考えている。

1.3. 領域Iの解. 領域Iの解はポテンシャルをもち、領域Iの内部において入射波と反射波を考えると、

$$\varphi_1 = \left\{ E e^{i(\delta t - k_1 x)} + F e^{i(\delta t + k_1(x-l))} \right\} \cosh k_1(h+z) \dots\dots\dots (19)$$

EとFとの間には(13)式より $F = E e^{-i k_1 l}$ (20) の関係がある。

波数 k_1 は透過性構造物内の自由表面の条件よりもとまり、次式より計算される。

$$(\delta^2 - i \frac{\lambda \sigma}{k} g) = g k_1 \tanh k_1 h, \quad k_1 = k_r + i k_i \dots\dots\dots (21)$$

(21)式より求まる複素数の波数 k_1 が k_i を基本周期とする周期関数であるから、複素数で考えた透過性構造物内の波数も $\pm k_1$ という基本波数のみでなく、透過性構造物内での擾乱波に対応する高次波数をもつ。高次波数になるほど実数部 $|k_r|$ が小さく、虚数部 $|k_i|$ が大きくなる。

1.4. 反射率の検討. 領域の境界 $x=0$ においては、 $z=0$ で水位の連続が、また $-h \leq z \leq 0$ のすべての z で、流速および圧力の連続が成立しなければならない。しかしながら、(17)および(19)式のように、基本波数のみを考えたポテンシャルにおいては、 k_1 と k_2 の値が異なるために、 $-h \leq z \leq 0$ のすべての z で、常に流速および圧力の連続を成立させることはできない。領域IおよびIIにおいて発生する高次の擾乱項まで考えれば、原理的には流速および圧力の連続を満足することはできる。²⁾しかし、かなり面倒であるし、またこのような非線形的性質の強い現象に、高次の擾乱項を重ね合わせることに無理があると考えられるので、領域の境界の連続条件を次のように、断面平均量の連続で考えることにする。

$$\text{流量の連続} \quad Q_1 = \int_{-h}^0 u_1 dz = \int_{-h}^0 u_2 dz = Q_2 \dots\dots (22)$$

$$\text{総圧力の連続} \quad P_1 = \int_{-h}^0 p_1 dz = \int_{-h}^0 p_2 dz = P_2 \dots\dots (23)$$

$$\text{ポテンシャルより} \quad \frac{p_1}{\rho} = g \varphi_1 + \frac{k_1}{\lambda} \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = (g + \frac{k_1}{\lambda} \delta i) \varphi_1, \quad \frac{p_2}{\rho} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} = \delta \varphi_2 i$$

$$u_1 = -k_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \qquad u_2 = - \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \quad \text{の関係を利用して (22)}$$

および(23)の関係式をつくると、(17)および(19)式中の未知数 H と E は連続方程式の解としてもとまり、 H は次のようになる。

$$H R = \frac{(1 + e^{-i 2 k_1 l})(g + \frac{i k_1 \delta}{\lambda}) - i(1 - e^{-i 2 k_1 l}) \frac{k_1}{k_2} k \delta}{(1 + e^{i 2 k_1 l}) (g + \frac{i k_1 \delta}{\lambda}) + i(1 - e^{-i 2 k_1 l}) \frac{k_1}{k_2} k \delta} \dots\dots\dots (24)$$

2. 適用上の問題点

透過性構造物内の流れが乱流である場合には、 d を粒径、 f を抵抗係数として x 方向の運動方程式は次のようになる。

$$\frac{1}{\lambda} \frac{\partial u_1}{\partial t} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{f}{d} |u_1| u_1 \dots\dots\dots (25)$$

この場合は、 f を空隙率とレイノルズ数の関数として、実験結果に基づき、抵抗項を次のように、線形化すればよい。

$$\frac{f}{d} |u_1| u_1 \div \frac{(1-\lambda)}{2\lambda d} \left\{ \frac{1000(1-\lambda)^2}{d} + \frac{8}{3\pi} \times \omega \times u_0 \right\} u = \frac{g}{Kx} u_1 \dots \dots (26)$$

また同様に線形化して Kz をとめればよい。 u_0 および w_0 は捨石堤内の流速成分の最大値の代表値であるが次のように推定すれば良からう。

$$u_0 = u_{0, \frac{l}{2}, -\frac{h}{2}} = \frac{1}{2} (u_{0, 0, -\frac{h}{2}} + u_{0, l, -\frac{h}{2}}) = \frac{6}{4} \frac{\cosh(k_2 h/2)}{\sinh k_2 h} (|H_I| + |H_R|) \dots \dots (27)$$

$$w_0 = w_{0, 0, -\frac{h}{2}} = \frac{6}{2} \frac{\sinh(k_2 h/2)}{\sinh k_2 h} (|H_I| - |H_R|) \dots \dots (28)$$

u_0 および w_0 はまだ求めるべき未知数 H_R を含んでいるが、 H_R を仮定し、くり返し計算を行なえばよい。 Kx と Kz の値は一般には一致せず、異性を示すから、参考文献1)を参照すると、その場合には、 H_R は結局次のようになる。

$$H_R = \frac{(1 + e^{-izk_1 l})(g + \frac{ik_1}{\lambda}) - i(1 - e^{-izk_1 l})Kx \frac{k_1}{k_2} \delta}{(1 + e^{-izk_2 l})(g + \frac{ik_2}{\lambda}) + i(1 - e^{-izk_2 l})Kx \frac{k_2}{k_1} \delta} \dots \dots (29)$$

$$\lambda = \sqrt{Kx \cdot Kz}, \quad (\delta^2 - i \frac{\lambda \delta}{K} g) = g \frac{Kz}{\lambda} k_{11} \tanh k_{11} h, \quad k_1 = k_{11} \sqrt{Kz/Kx} \dots \dots (30)$$

3. 鉛直捨石護岸からの反射率の定性的検討。

理論的検討の結果得られた(29)式を利用して、鉛直捨石護岸からの反射率について定性的検討を行なってみる。(29)式において、 $k_1 l \rightarrow 0$ とすると $H_R/H_I = 1$ となり、完全反射となる。

$e^{-izk_1 l} \approx 0$ 、すなわち $|k_1 l|$ が大きい場合は、反射率は、

$$\frac{H_R}{H_I} = \frac{g + i\delta(\frac{K}{\lambda} - \frac{k_1}{k_2} Kx)}{g + i\delta(\frac{K}{\lambda} + \frac{k_1}{k_2} Kx)} \dots \dots (31)$$

と一定値に近づくが、いかに消滅工を長くしても、反射率は0にならない。

(31)式において $|k_1|$ が小さいほど反射率が大きいことが予想できるが、 k_1 の近似値が深海波の近似の場合は、 $k_1 = \frac{\omega^2}{g} - i \frac{\lambda \delta}{K}$ 、長波の近似の場合は $k_1 = \sqrt{\frac{\lambda \delta}{2Kxh}} (1-i)$ で与えられることを考えると、

1). 長周期の波、 2). 波高の小さな波、 3). 水深の大きい場合 に反射率が大きいことが推定でき、これらは経験的事実と一致する。

4. 実験的検討。

鉛直捨石堤の厚さ $l = 10, 20$ および 40cm の3種、水深 $h = 30$ および 40cm の2種、周期 $1.0 \sim 2.0 \text{ sec}$ 、波高 $H_I = 1 \sim 6\text{cm}$ の各種の組合せで合計184ケースの実験を行なった。捨石の平均粒径は、 $d =$

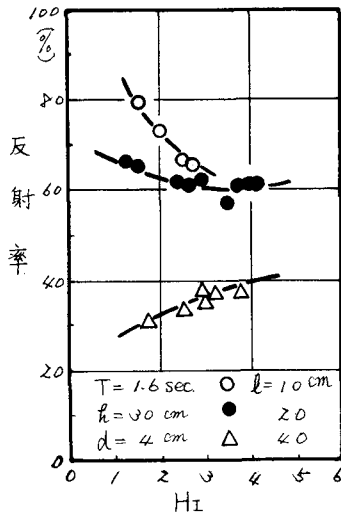


Fig. 2. 鉛直捨石堤からの
反射率の実験結果

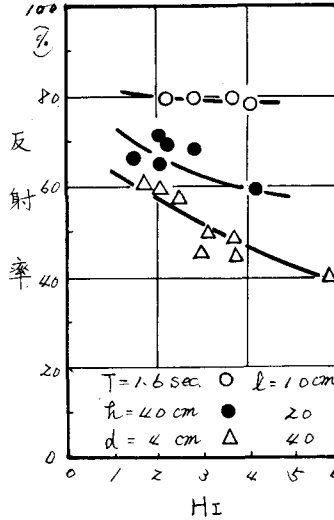


Fig. 3. 鉛直捨石堤からの
反射率の実験結果

4.0 cm と一定であったが、空
隙率は $\lambda = 0.056$ ($l = 10$ cm)
 $\lambda = 0.002$ ($l = 20$ cm)
0.459 ($l = 40$ cm) と変化した。
図-2 および図-3 に実験結果の
一部を示した。空隙率が一定で
ないため、単純な比較はむづか
しいが、 l が大きくなるにつれ
、反射率が減少すること、水深
が増大するほど反射率が増大す
ることが認められる。波高の小
さい波ほど反射率が増大する傾
向も認められるが、図-2 の l
= 40 cm, $h = 30$ cm のケースの
ようにほぼ一定の場合もあり、

反射率の定性的傾向は簡単には表現しがたい。
。空隙率のえいきようも $\lambda = 1$ および 0 の時
に $H_R/H_E = 1$ となることより、反射率が最
小となる λ があると予想されるが、無限状態
の (21) 式において λ を、 h_1 , K および Kx が
入の関数であることを考えると、反射率を最
小とする空隙率の検討が非常に難しい。

5. 理論値と実験値の比較.

図-4 に実験結果と計算結果の比較を示し
た。計算は実験条件の H_1 , T , λ , h , l を
知って、実験結果の H_R を使用して (29) 式で
計算したものである。かなりのバラツキはみ
られるが、傾向は完全に一致している。この
ような考えにより、かなり良く鉛直捨石護岸
からの反射現象が説明できることを示してい
ると思われる。

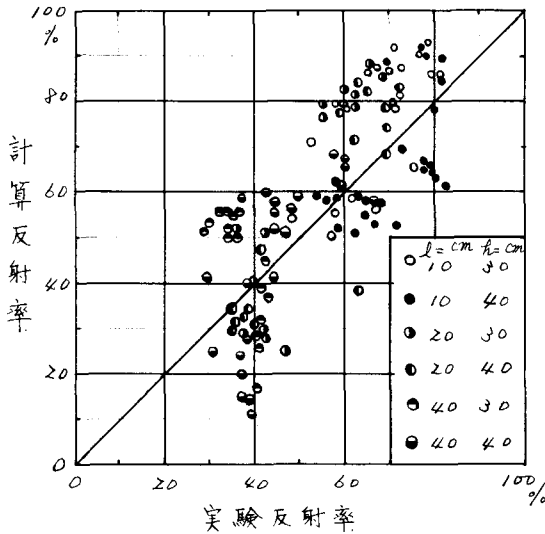


Fig. 4. 実験値と計算値の比較.

参考文献.

- 1). 富永正照, 坂本忠孝「透過性構造物による波の変形に関する研究(1)」土木研究所報告オ177号
- 2). 井島武士, 尾崎重雄他「水平板による防波堤と岸壁に関する研究(2)」オ17回海岸工学講演会