II-11　砕波後の乱れについて（砕波後の波高変化に及ぼす乱れの効果について）

大阪大学工学部　正員　　椹木　亨
大阪大学工学部　正員　○岩田　好一朗

1．緒言：　筆者らは今までで，砕波した後の波高変化をとり挙げてまずKeller-Levine-Whithamの提示した段波理論[1]の適用性について検討を加え[2]，つぎにKeller et al.の理論に底部摩擦項を含めた修正式(1)式の適用性に考察を加えてきたが[3]，図-1に示すようにKeller et al.の理論およびその修正式(1)式のいずれも $\eta/h_b < 0.6$ となると実験値と大きく異なる事が認められた。このように従来のポテンシアル理論では砕波後の波高変化を表記できないが，この原因の一つとしては砕波後の波動は砕波により生起した乱れを連行するが，この乱れの効果が基礎式の中に含まれていない事があげられる。したがって本論では乱れの項を導入した段波理論を導きこの乱れの項が砕波後の波高変化にいかなる寄与をするか検討を加えることとする。

$$\left.\begin{aligned}
&\eta_t + \{(h+\eta)\cdot u\}_x = 0\\
&u_t + u\cdot u_x = -g\eta_x - f\cdot u\cdot|u|/(h+\eta)\\
&\text{波先条件}\\
&C = \sqrt{gh}\cdot\sqrt{(2h+\eta)/2h}\\
&u = C\cdot(\eta/h)
\end{aligned}\right\} \quad \text{---------- (1)}$$

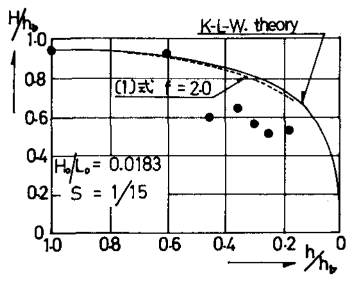

図-1　K-L-W式と(1)式と実験値との比較（h_b：砕波水深，H：砕波後の波高）

なお，η：波高，h：静水深，u：水粒子速度，g：重力加速度，C：波速，f：底部摩擦係数，添字の t と x は各々時間と場所の偏微分を示すものである。

2．乱れの効果を考慮した段波理論：　本論では二次元問題として取り扱うが，その際砕波後の波動は気泡を連行するため必ずしも流体場は非圧縮性とは言い難いが，ここでは解析の便宜上非圧縮性として取り扱う。運動方程式はN-S.式に乱れの効果を導入して得られる(2)式にもとづく[4]。

$$\left.\begin{aligned}
&\rho\frac{D\overline{u}}{Dt} = -\frac{\partial\overline{P}}{\partial x} + \mu\nabla^2\overline{u} + \left[\frac{\partial P_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial P_{xz}}{\partial z}\right]\\
&\rho\frac{D\overline{w}}{Dt} = -\rho g - \frac{\partial\overline{P}}{\partial z} + \mu\nabla^2\overline{w} + \left[\frac{\partial P_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial P_{zz}}{\partial z}\right]
\end{aligned}\right\} \quad \text{-------- (2)}$$

なお，$\overline{u}$；水平方向の水粒子の平均速度，$\overline{w}$：鉛直方向の水粒子の平均速度，$\overline{P}$：圧力，μ：分子粘性係数，$P_{xx}, P_{xz}, P_{zx}, P_{zz}$：Reynolds'stress，$x$：水平方向の距離，$z$：鉛直方向距離（原点は水底にとる）であり，－は平均値を示すものである。筆者らの研究によれば[4]，砕波後の波で特にplunging型砕波をとる波動は $h/L < 0.05$ の範囲にあるため，長波として取り扱ってよくしたがって鉛直方向加速度を無視すると(2)式の才2番目の式より次の(3)式を得る。$\partial\overline{P}/\partial z = -\rho g + \mu\nabla^2\overline{w} + [\partial P_{zx}/\partial x + \partial P_{zz}/\partial z]$ ----- (3)。自由表面では（$z=\eta+h$では）水表面は大気に接しており，この大気圧を便宜上考慮しないと $\overline{P}=0$ となるが，この条件の下で(3)式を z で積分し圧力分布 $\overline{P}$ を求めて(2)式の才1番目の式に代入すると次の(4)式を得る。なお，同式で $\nu=\mu/\rho$ 動粘性係数とする。

$$\frac{D\bar{u}}{Dt} = -g\cdot\frac{\partial\eta}{\partial x} + \nu\left[\nabla^2\bar{u} - \frac{\partial}{\partial x}\left\{\int\nabla^2\bar{w}\,dz - \int\nabla^2\bar{w}\,dz\Big|_{z=h+\eta}\right.\right]$$
$$+\frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial P_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial P_{xz}}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x}\int\left(\frac{\partial P_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial P_{zz}}{\partial z}\right)dz - \frac{\partial}{\partial x}\int\left(\frac{\partial P_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial P_{zz}}{\partial z}\right)dz\Big|_{z=h+\eta}\right] \quad \text{---- (4)}$$

(4)式においてReynolds stress P_{zx}, P_{zz}, P_{xx}, P_{xz}の評価の仕方が問題となるが、砕波後の乱れの特性が解明されていない現状では正確な評価ができないため、本論ではReynolds stressがPrandtlの混合距離の概念を導入することにより平均流で表示できるものと仮定する。いま、波動を長波として取り扱っているため、$\bar{u}$はz方向にほぼ一定、$\bar{w}$もz方向にほぼ一定、さらに$O(\bar{u})\gg O(\bar{w})$と考えられるため、Reynolds stress のうちでP_{xx}のみが有効に働らくと考えて、P_{xx}を次の(5)式のように与えるものとする。

$$\left.\begin{aligned} P_{xx} &= \rho\cdot l_x^2\cdot\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial x}\right)\cdot\left|\frac{\partial\bar{u}}{\partial x}\right| \\ O(P_{xx}) &\gg O(P_{xz}),\ O(P_{zz}),\ O(P_{zx}) \end{aligned}\right\} \quad \text{------------- (5)}$$

なお(5)式のl_x^2は乱れの規模を表わす量である。
(5)式を(4)式に代入して整理を行ない、Reynolds' numberが高くて、純粘性の項が乱れの項に比して省略できるものとすると、運動方程式としては次の(6)式のようになる。

$$\frac{D\bar{u}}{Dt} = -g\cdot\frac{\partial\eta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left\{l_x^2\left|\frac{\partial\bar{u}}{\partial x}\right|\cdot\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial x}\right)\right\} \quad \text{---------------- (6)}$$

一方連続式は次式のように与えられる。

$$\partial\eta/\partial t + \frac{\partial}{\partial x}\left\{\bar{u}(h+\eta)\right\} \quad \text{---------------- (7)}$$

従がって、(6)式、(7)式が乱れを含んだ長波の基礎式となる。なお次の(8)式で与えられる波先条件を用いて(6),(7)式を有限差分法により差分化して数値計算を行なうと、砕波後の波高変化に及ぼす乱れの効果がわかる筈である。なおこの数値計算の結果については講演時に報告することにしたい。

$$C = \sqrt{gh}\cdot\sqrt{(2h+\eta)/2h}\ ,\quad \bar{u} = C\cdot(\eta/h) \quad \text{-------------- (8)}$$

〈参考文献〉

1) Keller-Levine-Whitham ; Motion of a bore on a sloping beach, Journal of Fluid Mechanics 1960
2) 椹木・岩田・中辻；砕波の内部機構に関する基礎的研究(才1報)；海岸工学講演会講演集 1969
3) 椹木・岩田・中辻；砕波の内部機構に関する基礎的研究(才2報)，関西支部年講概要集 1970
4) 本間仁・石原藤次郎編；応用水理学上，丸善