II-5　狭い湾口より進入する円形湾内の波浪について

神戸大学工学部　　正員　　杉本修一
明石工業高等専門学校　　正員　○　西村益夫

湾口より湾内に波浪が進入してきた場合，その湾内において波浪がどのような性状を示めすのであろうか？ということは実際問題としてはなはだ興味のある問題であるし，また大切な問題でもある。例えば，湾内のどの沿岸において波浪が高くなるのか？　また，船舶が港に入ってくるとき湾内のどの附近で波浪が高く操船しにくいのか？　というようなことは何処の湾においても問題になることである。

任意の形状をした湾内に波浪が進入してくる場合，問題を簡単にするため等深であって二次元の問題と考えると，その方程式の解析解は或る基準点よりの距離の函数と或る基準線よりの回転角に関する三角函数との積の級数になることはよく知られていることである。この事実を考えると，湾口が広く，且つ波の波長が湾の大きさに比べて長いときには，解は得られる。しかし，湾口が大変狭く，そのうえ湾の広さに比べて波長が非常に短いときには，解を得ることは計算機を使用するとしても容易なことではない。

そこで，このように，湾口が大変狭く，そして湾の広さに比べて波の波長が非常に短い場合について，理論的で且つ数値計算をし得るような何らかの方法はないものだろうか？　と考えて，一つの計算を試みたものが，この報告である。

その考え方というのは，湾口の点より一様に四方に拡る波を考え，この波が boundary で反射してくる波と，湾口の点より一様に四方に拡っている波と互に干渉して，その湾特有の波浪性状を示めす，という考え方である。

問題を簡単にするため等深の円形湾と考え，円周上の一点より半径方向に波が進入してくると考える代りに，この点から四方へ一様に拡る波浪が存在すると考える。そして，H を波形，C を或る常数，d を一定水深とすると，波形 H は一般に

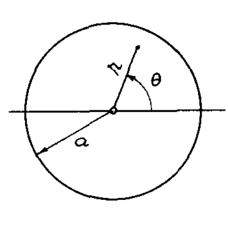
$$H = C\frac{i\sigma}{g}e^{i\sigma t}\cosh kd\cdot\zeta_1(x,y).$$

で表わされ，ζ_1 は次ぎの式を満足する。

$$\frac{\partial^2\zeta_1}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\zeta_1}{\partial y^2}+k^2\zeta_1=0,\qquad kd\tanh kd=\frac{\sigma^2 d}{g}$$

これを極座標で表わすと

$$\frac{\partial^2\zeta_1}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\zeta_1}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\zeta_1}{\partial\theta^2}+k^2\zeta_1=0$$



この式の解は

$$\zeta_1=\sum_{s=0}^{\infty}J_s(kr)\cdot A_s\cos s\theta.$$

kr が大きいと $J_s(kr)$ は近似的に

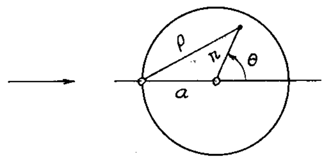
$$J_s(kr) = \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} \cdot \cos\left(kr - \frac{s\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$$

で表わされる。波長に比べて湾が非常に大きいと考えているので、この曲線の包絡線のみを考えることとすると、$1/\sqrt{r}$ のみを考えればよい。

つぎに、円周上の一点より四方へ一様に拡る波 ζ_2 を考えることにする。円周上のその原点よりの距離を ρ とすれば、ζ_2 は一般に

$$\zeta_2 = \sum_{s=0}^{\infty} B_s J_s(k\rho)$$

$$\fallingdotseq \sum_{s=0}^{\infty} B_s \sqrt{\frac{2}{\pi k \rho}} \cos\left(k\rho - \frac{s\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right).$$



これも前と同様の理由により包絡線のみを考えることとすると、$1/\sqrt{\rho}$ のみを考えればよい。

ところで、これらの $1/\sqrt{r}$, $1/\sqrt{\rho}$ は共に原点において無限大となる。これでは困るので $\eta = r/a$, $\xi = \rho/a$ を考え、$1/\sqrt{x}$ の近似曲線として

$$x = a \cdot \exp(-bx - cx^2).$$

を考えて、$x = 0.3,\ 1.0,\ 2.0$ の3点において合致するように各々係数を定めれば

$$a = 2.588, \qquad b = 1.253, \qquad c = -0.302.$$

これらの式を用うれば、boundary よりの反射波 ζ_1 は

$$\zeta_1 = a\exp\left\{-b(1-\eta) - c(1-\eta)^2\right\} \cdot \sum_{s=0}^{\infty} A_s \cos s\theta, \qquad \eta = \frac{r}{a}.$$

円周上の一点より四方に拡る波 ζ_2 は

$$\zeta_2 = a\exp(-b\xi - c\xi^2), \qquad \xi = \frac{\rho}{a},\ \xi^2 = 1 + \eta^2 + 2\eta\cos\theta.$$

円周上において円周面に垂直な方向の微分は zero でなければならない。この条件より

$$\sum_{s=0}^{\infty} A_s \cos s\theta = \left(\frac{1}{2} + \frac{c}{b}\xi_1\right)\xi_1 \cdot \exp(-b\xi_1 - c\xi_1^2), \qquad \xi_1 = \sqrt{2(1+\cos\theta)}$$

$$\therefore \qquad \zeta_1 = a\exp\left\{-b(1-\eta) - c(1-\eta)^2\right\} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{c}{b}\xi_1\right)\xi_1 \cdot \exp(-b\xi_1 - c\xi_1^2).$$

故に湾内における波形は ζ は上記の ζ_1 と ζ_2 との和として表わされる。すなわち、

$$\zeta = \zeta_1 + \zeta_2.$$

これを図示すれば、右図の如くである。

このような考え方を他の形状の湾に対しても応用したいと考えている。