

住友重機械工業株式会社 正員 落合 重俊
住友重機械工業株式会社 正員 ○東 親 佑
住友重機械工業株式会社 正員 北 原 俊 男

1. まえがき

比較的長大な支間をゆうするけた構造をケーブルで補強することにより、経済性の向上を計った斜張橋は、有力な橋梁形式の一つであると考える。

けた橋において、その設計の歴史を顧みると、一本の梁としての設計理論から、平面的に広がった格子構造としてのそれへと展開され、1960年代前半は橋梁設計理論の飛躍の進歩の時代であったことが認められよう。斜張橋の場合には、筆者らが知る限り、鉛直面内構造として取り扱ったものが多いように思う。しかし、斜張橋はタワーと桁の連成状態が吊橋とは多分に異なり、更に、将来の交通量の増大に対する巾員の増加に対して、桁とタワーの振れの連成作用により一段と明確にする必要が生ずるだろう。すなわち、斜張橋の設計理論の発展過程においても、前述のけた橋の歴史に見られたと同様のことが云えるものと考える。

斜張橋においても、各種の解析方法が考えられ実用化されているが、これらのほとんどは、平面的な取扱いの範囲を出ていない。そこで電子計算機利用の発達により高次不静定構造でも比較的容易に解析出来るようになったことから、立体解析を考える場合、任意立体構造として変形法によるのが一般的であろう。しかし、この方法は、斜張橋の持つ特種な境界条件を満足することは困難であり、かなり大胆な仮定を導入する必要がある。

本論においては、伝達マトリックスの特性を用いて、最少の不静定力から、最少の連立方程式を作成して、立体的な斜張橋の性状を明確にすることを目的としたものである。なお、ここでは解析に必要な基本的事項を整理して述べ、発表当日数値計算例の発表を行う。

2. 理論展開

2-1 理論的仮定：1) 変形は微小変位理論で、取り扱うことの出来る範囲内とする。2) 骨組部材として、取り扱うことが可能である。すなわち、反り応力は生ずることなく、ねじり中心は骨組線に一致すると考える。3) サグの影響は無視する。

2-2 座標関係と力の方向の定義

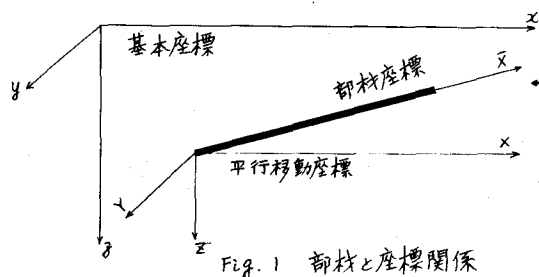


Fig. 1 部材と座標関係

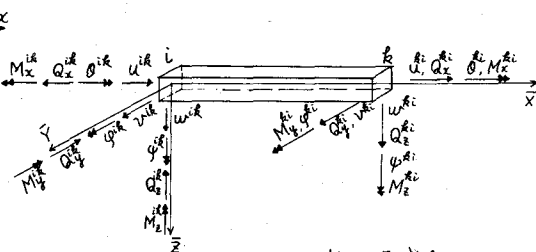


Fig. 2 部材の各成分

$$\{X\} = \{\Lambda\} \cdot \{\bar{X}\}, \quad \{\bar{X}\} = \{\bar{\Lambda}\} \cdot \{X\} \quad \text{----- (1)}$$

(1)式は、 i k 部材の i 点への平行移動座標 $\{X\}$ と部材座標 $\{\bar{X}\}$ を関連づけたものである。すなわち、

$\{\Lambda\}$, $\{\bar{\Lambda}\}$ は座標変換のためのテンソルである。

2-3 / 本主桁（主塔）の Field Matrix

i k 部材の i 点の各成分が k 点へどのように伝達

されるかは、多くの文献により平面的に述べられ、立体として考えても、その拡張はさほど困難とは思われないので、以下に要点のみ記す。

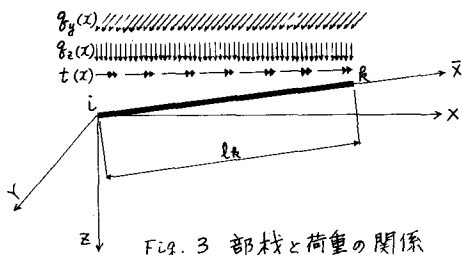


Fig. 3 部材と荷重の関係

$$\begin{Bmatrix} U^{ki} \\ V^{ki} \\ W^{ki} \\ \theta^{ki} \\ \varphi^{ki} \\ \psi^{ki} \\ M_x^{ki} \\ M_y^{ki} \\ M_z^{ki} \\ Q_x^{ki} \\ Q_y^{ki} \\ Q_z^{ki} \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{I_0 l_k}{A_k l_0} & 0 & 0 & U_k^0 \\ & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{l_k}{l_0} & 0 & 0 & \frac{I_0 l_k^2}{2 I_{kz} l_0^3} & 0 & \frac{I_0 l_k^2}{6 I_{kz} l_0^3} & 0 & V_k^0 \\ & & 1 & 0 & -\frac{l_k}{l_0} & 0 & 0 & \frac{I_0 l_k^2}{2 I_{ky} l_0^3} & 0 & 0 & \frac{I_0 l_k^2}{6 I_{ky} l_0^3} & 0 & W_k^0 \\ & & & 1 & 0 & 0 & -\frac{E I_0 l_k}{G J_{kz} l_0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_k^0 \\ & & & & 1 & 0 & 0 & -\frac{I_0 l_k}{I_{ky} l_0} & 0 & 0 & 0 & -\frac{I_0 l_k^2}{2 I_{ky} l_0^3} & \varphi_k^0 \\ & & & & & 1 & 0 & 0 & -\frac{I_0 l_k}{I_{kz} l_0} & 0 & -\frac{I_0 l_k^2}{2 I_{kz} l_0^3} & 0 & \psi_k^0 \\ & & & & & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_x^0 \\ & & & & & & & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{l_k}{l_0} & M_y^0 \\ & & & & & & & & 1 & 0 & \frac{l_k}{l_0} & 0 & M_z^0 \\ & & & & & & & & & 1 & 0 & 0 & Q_x^0 \\ & & & & & & & & & & 1 & 0 & Q_y^0 \\ & & & & & & & & & & & 1 & Q_z^0 \\ & & & & & & & & & & & & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U^{ik} \\ V^{ik} \\ W^{ik} \\ \theta^{ik} \\ \varphi^{ik} \\ \psi^{ik} \\ M_x^{ik} \\ M_y^{ik} \\ M_z^{ik} \\ Q_x^{ik} \\ Q_y^{ik} \\ Q_z^{ik} \\ 1 \end{Bmatrix} \quad \text{----- (2)}$$

(2)式において、右辺の 13×13 のマトリックスが、Field Matrixであり、13列目は荷重項である。以

下の理論に対しては、以下の簡略式を用いる。

$$\{V^{ki}\} = \{F^k\} \cdot \{V^{ik}\} \quad \text{----- (3)}$$

または

$$\begin{Bmatrix} U^{ki} \\ \theta^{ki} \\ M^{ki} \\ Q^{ki} \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11}^k & F_{12}^k & F_{13}^k & F_{14}^k & U_k^0 \\ 0 & F_{22}^k & F_{23}^k & F_{24}^k & \theta_k^0 \\ 0 & 0 & F_{33}^k & F_{34}^k & M_k^0 \\ 0 & 0 & 0 & F_{44}^k & Q_k^0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U^{ik} \\ \theta^{ik} \\ M^{ik} \\ Q^{ik} \\ 1 \end{Bmatrix} \quad \text{---- (4)}$$

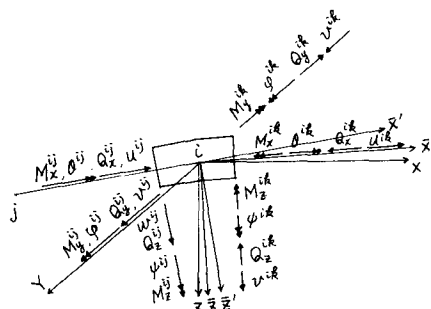


Fig. 4 格点における成分の伝達

2-4 Point Matrix

Fig. 4において、 $\{V^{ij}\}$ 成分が $\{V^{ik}\}$ 成分に変換されるためには、 j i 部材座標と i k 部材座標の関係が、 i 点において分れば充分である。すなわち、(1)式の関係より次のようになる。

$$\{\bar{X}\} = \{X\} \cdot \{\bar{X}'\} \quad \text{----- (5)}$$

ここで、 $\{\bar{X}\}$ は i k 部材座標、 $\{\bar{X}'\}$ は j i 部材座標、 $\{X'\}$ は変換テンソルである。(4)式に相当する i 点の変換式は次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} U^{ik} \\ \theta^{ik} \\ M^{ik} \\ Q^{ik} \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda' & 0 & 0 & 0 & U^{io} \\ 0 & \lambda' & 0 & 0 & \theta^{io} \\ 0 & 0 & \lambda' & 0 & M^{io} \\ 0 & 0 & 0 & \lambda' & Q^{io} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U^{ij} \\ \theta^{ij} \\ M^{ij} \\ Q^{ij} \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

(6)式は、(3)式同様に書くと次のようになる。

$$\{V^{ik}\} = \{P^i\} \cdot \{V^{ij}\} \quad (7)$$

2-5 横桁を持つ2本主桁（主塔）のFeld Matrix

Fig. 5を参照して考えるならば、横桁からの力の伝達は各格点において、行なわれるから、Feld Matrixは、Matrixの次数が増加するのみで、内容は1本の場合を基にしていることは、簡単に分る。すなわち、(2)式における13行目以外はすべて倍となるから、 25×25 のFeld Matrixとなる。(3)式の変りに、次のように書くことにする。

$$\{V^{ki}\}_2 = \{F^k\}_2 \cdot \{V^{ik}\}_2 \quad (8)$$

2-6 横桁を持つ2本主桁（主塔）のPoint Matrix

まず、Fig. 5において、 i_1, i_2 部材の i_1, i_2 点へ作用する力は、 i_1, i_2 点の変位が分かれば、一般に(9)式によつて、 i_1, i_2 部材座標に関する、各成分の関連づけが与えられる。但し、マトリックス $[K]$ の要素は変形法におけるStiffness Matrixの要素と符号が同一でないので注意する必要があるが、詳細は紙面の関係上省略する。変位成分は $\{U^{ij}\} = \{\lambda_o'\} \cdot \{U^{ij'}\}$ のように変換されたものであり、また(9)

$$\begin{Bmatrix} (Q^{i_1}) \\ (M^{i_1}) \\ (Q^{i_2}) \\ (M^{i_2}) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} (U^{i_1}) \\ (\theta^{i_1}) \\ (U^{i_2}) \\ (\theta^{i_2}) \end{Bmatrix} \quad (9)$$

式の左辺の力の成分は $\{M^{i_1 k}\} = \{\lambda_o\} \cdot \{M^{i_1}\}$ とし、各部材の力の成分の一部として導入される。すなわち、並列2本主桁における、横桁の影響を考慮したPoint Matrixは次のようになる。

$$\{P^i\}_2 = \begin{bmatrix} \lambda' & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & U_1^{i_1,0} \\ 0 & \lambda' & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_1^{i_1,0} \\ -\lambda_o K_{21} \lambda_o' & -\lambda_o K_{22} \lambda_o' & \lambda' & 0 & -\lambda_o K_{23} \lambda_o' & -\lambda_o K_{24} \lambda_o' & 0 & 0 & M_1^{i_1,0} \\ -\lambda_o K_{31} \lambda_o' & -\lambda_o K_{32} \lambda_o' & 0 & \lambda' & -\lambda_o K_{33} \lambda_o' & -\lambda_o K_{34} \lambda_o' & 0 & 0 & Q_1^{i_1,0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda' & 0 & 0 & 0 & U_1^{i_2,0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda' & 0 & 0 & \theta_1^{i_2,0} \\ \lambda_o K_{41} \lambda_o' & \lambda_o K_{42} \lambda_o' & 0 & 0 & \lambda_o K_{43} \lambda_o' & \lambda_o K_{44} \lambda_o' & \lambda' & 0 & M_1^{i_2,0} \\ \lambda_o K_{51} \lambda_o' & \lambda_o K_{52} \lambda_o' & 0 & 0 & \lambda_o K_{53} \lambda_o' & \lambda_o K_{54} \lambda_o' & 0 & \lambda' & Q_1^{i_2,0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

(7)式に相当する式は次のようになる。

$$\{V^{ik}\}_2 = \{P^i\}_2 \cdot \{V^{ij}\}_2 \quad (11)$$

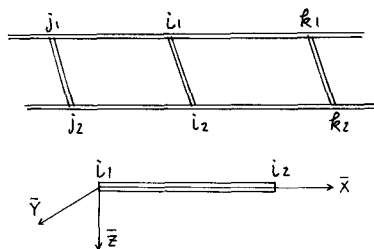


Fig. 5 横桁と主桁の関係

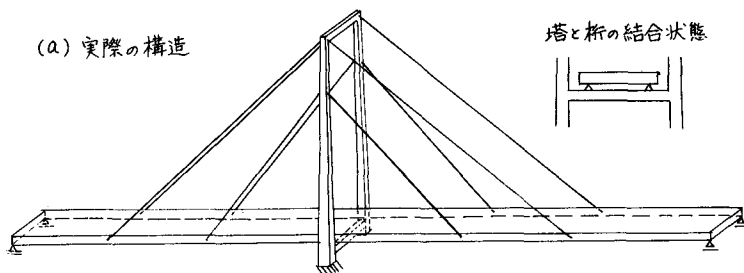
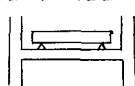
2-7 任意格点の各成分

任意点の各成分は、初期値が求まれば次に示す(12)式により逐次求めることが出来る。しかし一般には初期値も含めて多くの不静定量がマトリックスの中に入ってくるので、各不静定量をまず第1に求め、それから各成分計算を行なうことになる。

$$\begin{aligned} \{V^{ik}\} &= \{P^i\} \cdot \{V^{ij}\} \cdots \cdots \cdots \{P^j\} \cdot \{V^{ji}\} \cdot \{P^j\} \cdot \{\eta^0\} \\ &= \{L^i\} \cdots \cdots \cdots \{L^j\} \cdot \{P^j\} \cdot \{\eta^0\} \cdots \cdots \cdots (12) \end{aligned}$$

(a) 実際の構造

塔と桁の結合状態



(b) 仮定した構造

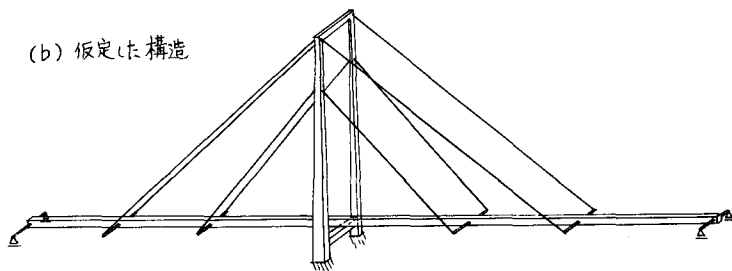


Fig. 6 斜張橋の例

3 解析例

実際に斜張橋を解析するにあたっては、桁と塔の結合部を如何に処理すべきかという難問題があり、現在のところ決め手を見つけないに至っていない。ここでは、従来よく用いられている方法により、Fig. 6(a) に示す構造は Fig. 6(b) のような骨組系に置換出来るものと仮定する。なお、ケーブル取り付け部および塔結合部の横桁は剛であるとする。

Fig. 6 の斜張橋を解析するのに必要かつ最良の連立方程式の次数は Table - 1 とする。

4 まとめ

今回の報告は、斜張橋を如何に立体的に解析したらよいか、その一つの方法を提案することを目的

とした。なお将来の長大斜張橋は、1本、2本または3本主桁によつて、架橋されると思われるので現在3本主桁の場合まで検討中である。

Table - 1

	未知量		条件式数	
	初期値, 不静定力	計	釣合および適合条件	計
左支点	$u, \theta, \varphi, M_x, Q_x, Q_y$	6		0
中間支点	M_x, Q_x, Q_y, Q_z	4	u, v, w, θ	4
右支点	M_x, Q_x, Q_y	3	$M_x, M_y, M_z, Q_x, Q_y, Q_z, u, w, \theta$	9
塔基部	$(M_x, M_y, M_z, Q_x, Q_y, Q_z) \times 2$	12		0
塔頂部		0	$(M_x, M_y, M_z, Q_x, Q_y, Q_z) \times 2$	12
ケーブル数	$\sum T_i$	8	ケーブルの適合	8
方程式元数		33		33