

大阪市土木局 正員 近藤和夫
大阪市土木局 正員 ○加藤隆夫

1. まえがき

鋼床板は、一般にデッキプレートとこれを補剛する縦、横のリブから構成されている。このような構造の最小重量設計では、制約条件に適合した最適のリブ配置と共に、これに対する最小のリブ断面と同時に求めなければならない。この考えに基づく設計法には、従来 E. G. Allen の研究¹⁾があり、この種の問題に対する基本的な考え方を示すものとして注目される。われわれは、格子理論を用いてこの問題を検討し、鋼床板の最小重量設計に関する実用解式と我が国の鋼道路橋設計示方書案(以下鋼道示と略称する)の設計荷重に対する二、三の数値計算結果を得た。以下にその概要を報告する。

2. 制約条件、目的関数と解法

鋼床板の最小重量設計に関する制約条件としては、大きく分けて、②断面力と断面の力学諸量および許容応力度との関係、④鋼床板の局部および全体座屈に対する安全性、⑤板およびリブのたわみ制限、などがあげられる。しかし、断面決定に着眼する場合には、デッキプレートに関する板厚制限を別として、④⑤の条件はほとんど問題にならないと考えられる。またすべての条件を同時に取り扱うことは、解析および数値計算上相当困難を来すことになるので、ここでは、④の条件のみを考慮し、他の条件については、補足的に照査する手法を用いることにした。この④の条件に対しては、さらに、鋼床板の構造、鋼道示の規定、設計経験などから考察を加え、以下のように問題を整理し、簡略化することにした。(図-1 参照)

- ① 横リブスパンとは設計条件として与える。
- ② 縦リブ間隔入は既知とする。
- ③ デッキプレートの厚さおよび各リブの腹板の厚さは既知とする。
- ④ デッキプレートの各リブに対する有効幅は鋼道示による。

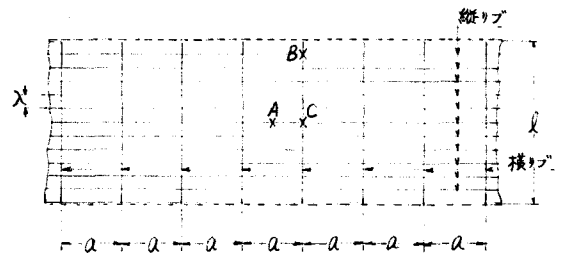


図-1 鋼床板の平面図

- ⑤ 設計断面力としては、断面決定に最も支配的な曲げモーメントのみに着目し、せん断力に対しては補足的に照査する。
- ⑥ 各リブに対して、下縁の許容応力度を設計条件として与え、上縁については許容応力度を



図-2 リブの断面形状

- 規定せず、求まった断面を用いて照査する。(上縁では、主桁作用を考慮した合成許容応力度から、主桁に関する許容応力度分を差し引いても、なお床板作用に対して相当の余裕が残ると思われる)
- ⑦ 各リブの断面形状としては、図-2に示すものを取りあげる。

つぎに目的関数としては、デッキプレートは既知として与えるので、単位面積当りの鉄、横リブの

合計断面積を考える。これを式で表わすとつぎのようになる。

$$A = \frac{F_L}{f_{Ls}} + \frac{F_a}{f_{as}} \quad \text{----- (1)} \quad \text{ここに、} F_L = F_{L1} + F_{L2} : \text{縦リブの断面積、} F_a = F_{a1} + F_{a2} : \text{横リブの断面積、}$$

最小重量設計は、 A を最小にするリブ配置(横リブ間隔 l^*)、リブ断面積($F_{L1}^*, F_{L2}^*, F_{a1}^*, F_{a2}^*$)を求めることによって得られる。この問題を解くには、各リブの断面力を求める計算が複雑になるため、逐次近似計算によることが実用的と考えられる。計算の手順を示すとつぎのようになる。

① 目的関数を最小にするリブ間隔と各リブの設計曲げモーメントと各リブの剛性の影響を考慮した解析法で求める。この計算は逐次近似法による。計算の各段階において各リブの断面積が、断面力に対して最小値となるように、リブの剛度を修正することは言うまでもない。

② ①で求めた最終設計曲げモーメントにより、最小のリブ断面を計算する。

3. 計算式

最小重量設計を行なうには、設計断面力およびそれに対する部材の最小断面を求める必要がある。

(i) 鋼床板の設計曲げモーメント

図-1に示すような、 π 並で単純支持され、 $7 \sim 8$ 本の横リブを想定した鋼床板に着目し、H. Homberg²⁾の荷重分配機構が無限に密にある場合の解法を近似的に適用して、リブの設計曲げモーメントを求める。

(ii) 縦リブの設計曲げモーメント

④ 縦リブのスパン中央の設計曲げモーメント (着目点 A)

$$M_L = m_L \alpha P, \quad m_L = 0.171\beta + 2\alpha f(u)f(z) \frac{\lambda}{l} + \frac{\lambda q_0}{24P} \quad \text{----- (2)}$$

式(2)の m_L において、第1項は静定基本系、第2項は格子作用、第3項は死荷重に關係する値である。また、 β はデッキプレートによる荷重分配を考慮した係数、 α は剛支梁上の連続桁の支梁反力に關する係数、 q_0 は縦リブに対する死荷重強度、 P は衝撃および割増しを考慮した後輪荷重を示す。さらに $f(u)$ および $f(z)$ は、それぞれ輪荷重配置、交差剛比に關係する係数で次式で表わされる。

$$f(u) = \sum_{i=1}^m \sin \frac{\pi u_i}{l}, \quad \text{ここに、} i=1 \cdots m \text{ 輪荷重の数、} u_i : \text{輪荷重の位置、}$$

$$f(z) = \frac{192 + 49z^2 + 6z^3}{71 + 336z + 194z^2 + 4z^3} \quad z = 0.616 \cdot \frac{l^3}{\lambda^3} \frac{I_L}{I_a}, \quad \text{ここに } I_L, I_a : \text{縦、横リブの断面二次モーメント}$$

(b) 縦リブの支梁上の設計曲げモーメント (着目点 B)

$$M_L = m_L \alpha P, \quad m_L = 0.851\beta + \frac{\lambda q_0}{12P} \quad \text{----- (3)}$$

この場合には格子作用による影響を無視し、単に、剛支梁上の連続桁の解を用いている。

(ii) 横リブの設計曲げモーメント (着目点 C)

$$M_a = m_a \alpha P \quad m_a = g(u) - \frac{2}{\pi^2} f(u)g(z) + \frac{q_0 l^2}{8P} \quad \text{----- (4)}$$

式(4)の m_a の第1項は静定基本系、第2項は格子作用、第3項は死荷重に關係する値、 q_0 は横リブに対する死荷重強度を示す。また $g(u)$ および $g(z)$ は、それぞれ、輪荷重配置、交差剛比に關係する値で次式で表わされる。

$$g(u) = \frac{1}{2l} \sum_{i=1}^m \tilde{u}_i, \quad \text{ここに、} \tilde{u}_i = u_i, \quad u_i \leq \frac{l}{2} \quad \tilde{u}_i = l - u_i, \quad u_i > \frac{l}{2},$$

$$g(z) = \frac{62z + 124z^2 + 6z^3}{26 + 193z + 196z^2 + 7z^3}$$

なお、式(2),(4)の第2項は厳密には級数で与えられるが、計算を容易にするために、近似的に第1項のみを考慮することにした。

(2) 設計曲げモーメントに対するリブの最小断面

曲げモーメント M を既知とみなし、図-2 に示すリブ断面について、デッキプレートを除いた断面積が最小になる条件から、各リブの断面諸量を求めるとつぎのようになる。

(i) T形断面 (図-2 (a))

$$F_s^* = \sqrt{\frac{6M t_s (2F_0 + F_s^*)}{\sigma_{ul} (4F_0 + F_s^*)}}, \quad h_s^* = \frac{F_s^*}{t_s} \quad \text{----- (5)}$$

(ii) U形断面 (図-2 (b))

$$F_s^* = \sqrt{\frac{3M t_s (F_0 + F_s^*)}{\sigma_{ul} \cos \theta (4F_0 + 3F_s^*)}}, \quad h_s^* = \frac{F_s^* \cos \theta}{t_s}, \quad F_u^* = \frac{3M (F_0 + F_s^*)}{\sigma_{ul} (3F_0 + 2F_s^*)} - F_s^* \frac{2F_0 + F_s^*}{3F_0 + 2F_s^*} \quad \text{----- (6)}$$

(iii) I形断面 (図-2 (c))

$$F_s^* = \sqrt{\frac{6M t_s (2F_0 + F_s^*)}{\sigma_{ul} (8F_0 + 3F_s^*)}}, \quad h_s^* = \frac{F_s^*}{t_s}, \quad F_u^* = \frac{3M (2F_0 + F_s^*)}{2\sigma_{ul} h_s^* (3F_0 + F_s^*)} - \frac{F_s^* (4F_0 + F_s^*)}{4 (3F_0 + F_s^*)} \quad \text{----- (7)}$$

ただし、ここで σ_{ul} はリブ下縁の許容応力度、また * 印は最小断面であることを示す。 F_s の式で、 $\sqrt{\quad}$ 内に含まれる F_s には仮定値を用い、求まった F_s^* をさらに仮定値として逐次計算することにより、精度の高い解が得られる。 F_0 の仮定値には $F_0 \gg F_s$ とみなしておくまる F_s^* を用いると有効である。

(3). 最小重量設計.

式(1)の目的関数 A に、式(2),(3),(4)などの設計曲げモーメント、式(5),(6),(7)などの断面諸量を代入し、リブ配置 a (横リブ間隔)の最適値を求めるために、 $\frac{\partial A}{\partial a} = 0$ を解くことにより次式が得られる。

$$a^* = \sqrt[3]{4\mu\phi \left(\frac{M_L}{M_a} \frac{\bar{m}_L}{\bar{m}_a} \right) \lambda L^2} \quad \text{----- (8)}$$

ここに、 μ, ϕ は断面の形状、 $\bar{m}_L, \bar{m}_a$ はリブの設計曲げモーメントに応じて次式で表わされる。

$$\bar{m}_L: \text{縦リブスパン中央, } \bar{m}_L = 0.171\beta - 2\alpha f(\mu) F(z) \frac{\lambda}{L} + \frac{\lambda a g_L}{12P}, \quad F(z) = 3f(z)z - f(z)$$

$$\text{縦リブ支点上, } \bar{m}_L = 0.0851\beta + \frac{\lambda a g_L}{6P}$$

$$\bar{m}_a: \text{横リブスパン中央, } \bar{m}_a = g(\mu) - \frac{1}{L} f(\mu) g(z) + \frac{a f_L}{16P}, \quad G(z) = 2g(z) + 3g(z)z$$

T形断面縦リブとI形断面横リブを用いる場合の μ, ϕ

$$\mu = -\frac{8\sigma_{ul} t_{sa}}{9\sigma_{ul} t_{sl}}, \quad \phi = \frac{(F_{0L} + 0.93307L)(F_{0a} + 0.6124T_a)(F_{0a} + 0.4593T_a)}{(F_{0L} + 0.8660T_L)(F_{0a} + 0.4082T_a)^2}, \quad T_L = \sqrt{\frac{M_L t_{sl}}{\sigma_{ul}}}, \quad T_a = \sqrt{\frac{M_a t_{sa}}{\sigma_{ul}}}$$

U形断面縦リブとI形断面横リブを用いる場合の μ, ϕ

$$\mu = -\frac{\sigma_{ul} t_{sa}}{2\sigma_{ul} t_{sl}}, \quad \phi = \frac{(F_{0L} + 0.5779T_L)(F_{0a} + 0.6124T_a)(F_{0a} + 0.4593T_a)}{(F_{0L} + 0.8660T_L)(F_{0L} + 0.6445T_L)(F_{0a} + 0.4082T_a)^2}, \quad T_L = \sqrt{\frac{M_L t_{sl}}{\sigma_{ul} \cos \theta}}, \quad T_a = \sqrt{\frac{M_a t_{sa}}{\sigma_{ul}}}$$

I形断面縦リブとI形断面横リブを用いる場合の μ, ϕ

$$\mu = -\frac{\sigma_{ul} t_{sa}}{\sigma_{ul} t_{sl}}, \quad \phi = \frac{(F_{0L} + 0.4092T_L)(F_{0a} + 0.6124T_a)(F_{0a} + 0.4593T_a)}{(F_{0L} + 0.6124T_L)(F_{0L} + 0.4593T_L)(F_{0a} + 0.4082T_a)^2}, \quad T_L = \sqrt{\frac{M_L t_{sl}}{\sigma_{ul}}}, \quad T_a = \sqrt{\frac{M_a t_{sa}}{\sigma_{ul}}}$$

ただし、 ϕ の値は $F_0 \gg F_s$ のとき近似的に $\phi = 1$ とすることができる。また、添字 L, a はそれぞれ、縦横のリブに関する量であることを示す。式(8)は右辺の $\sqrt[3]{\quad}$ の中に a および a の関数が含まれているので逐次近似法を用いる。その際に、逐次計算の途中で、交叉剛性を修正するには、各段階の曲げモーメントに対して、最小断面に関する断面=次モーメント比を計算することが必要である。 T_L はリブの断面形状に応じて次式で表わされる。

T形断面縦リブとI形断面横リブを用いる場合

$$\frac{T_L}{T_a} = \frac{\sqrt{2} S_L T_L}{S_a T_a} \Psi, \quad S_L = \frac{M_L}{\sigma_{ul} t_{sl}}, \quad S_a = \frac{M_a}{\sigma_{ul} t_{sa}}, \quad \Psi = \frac{(F_{0L} + 0.8660T_L)(F_{0a} + 0.4593T_a)(F_{0a} + 1.6320T_a)}{(F_{0L} + 0.1932T_L)(F_{0a} + 0.6124T_a)(F_{0a} + 0.3572T_a)} \quad \text{----- (9)}$$

U形断面縦リブとI形断面横リブを用いる場合

$$\frac{T_L}{T_a} = \frac{S_L T_L}{\sqrt{2} S_a T_a} \Psi, \quad S_L = \frac{M_L \cos \theta}{\sigma_{ul} t_{sl}}, \quad S_a = \frac{M_a}{\sigma_{ul} t_{sa}}, \quad \Psi = \frac{(F_{0L} + 0.8660T_L)(F_{0L} + 0.5052T_L)(F_{0a} + 0.4593T_a)(F_{0a} + 1.6320T_a)}{(F_{0L} + 0.6445T_L)(F_{0L} + 0.3019T_L)(F_{0a} + 0.6124T_a)(F_{0a} + 0.3572T_a)} \quad \text{---- (10)}$$

I形断面縦リブとI形断面横リブを用いる場合

$$\frac{T_L}{T_a} = \frac{S_L T_L}{S_a T_a} \Psi, \quad S_L = \frac{M_L}{\sigma_{ul} t_{sl}}, \quad S_a = \frac{M_a}{\sigma_{ul} t_{sa}}, \quad \Psi = \frac{(F_{0L} + 0.6124T_L)(F_{0L} + 0.3572T_L)(F_{0a} + 0.4593T_a)(F_{0a} + 1.6320T_a)}{(F_{0L} + 0.4593T_L)(F_{0L} + 1.6320T_L)(F_{0a} + 0.6124T_a)(F_{0a} + 0.3572T_a)} \quad \text{---- (11)}$$

ここで γ の値は $\bar{\gamma} \gg \bar{\gamma}_0$ のとき近似的に $\gamma = 1$ とすることができる。

以上の各式を用いて、最小重量設計は図-3に示す計算手順により求めることができる。

4. 数値計算

表-1に示すような設計条件と想定し、数値計算を行なった結果の一部を表-2に示す。ただし、荷重は後輪荷重のみとし、車輛、車輪間隔を考慮して、横断方向に乗りうるだけ載荷することとした。

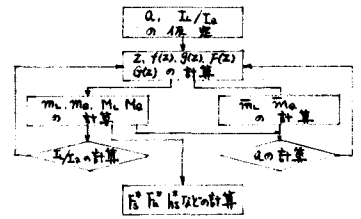


図-3 計算の手順

項目 種類	主桁の曲げ モーメント	リブ断面 形状	厚 さ (cm)	λ (cm)	P (kg)	q_1 (kg/cm)	q_2 (kg/cm)	t_{w1} (cm)	t_{w2} (cm)	α	β	S_{LL} (kg/cm)	S_{UL} (kg/cm)	θ (度)	
CASE 1	正	□	I	300~1000	60	13440	0.029	0.032	0.6	0.8	0.6	1.0	1900	1400	15
CASE 2	"	"	I	"	30	"	"	"	0.8	"	"	0.665	"	"	---
CASE 3	負	□	I	"	60	"	"	"	0.6	"	"	1.0	1000	"	15
CASE 4	"	"	I	"	30	"	"	"	0.8	"	"	0.665	"	"	---

表-1. 設計条件。注：主桁の曲げモーメントが負の領域に対しては α を β に引き替える。連続梁の設計曲げモーメントはいずれもスパン中央に着目する。

項目	l (cm)	300	400	500	600	800	1000	項目	l (cm)	300	400	500	600	800	1000	項目	l (cm)	300	400	500	600	800	1000
CASE 1	α^*	169.9	192.8	213.4	237.1	289.5	327.4	CASE 1	β^*	16.73	17.98	19.05	20.15	22.15	23.81	CASE 1	F_{1L}	10.89	13.53	16.10	19.14	25.71	32.28
2	130.2	146.7	162.4	177.7	213.8	285.9	β_{SL}^*	2	15.22	16.80	17.91	19.83	20.25	21.75	F_{2L}^*	2	9.945	12.15	14.34	16.91	22.97	28.17	
3	135.3	159.8	173.2	192.8	230.4	244.4	(cm)	3	23.06	25.28	27.06	28.85	31.92	34.21	(cm)	3	8.970	10.90	12.91	15.20	20.13	25.30	
4	109.2	128.4	142.1	158.3	189.0	216.5	4	21.65	23.88	25.65	27.95	30.54	32.74	4	8.265	10.05	11.88	13.90	18.23	22.87			
CASE 1	α^*	0.143	0.0759	0.0527	0.0367	0.0204	0.0126	CASE 1	β^*	10.39	11.17	11.83	12.52	13.76	14.79	CASE 1	F_{1L}	28.02	30.14	31.94	33.82	37.22	40.03
2	0.07351	0.04927	0.03598	0.02555	0.01639	0.009055	β_{SL}^*	2	12.18	13.12	13.93	14.75	16.20	17.90	F_{2L}^*	2	16.44	17.73	18.84	19.96	21.96	23.60	
3	0.5858	0.3570	0.2589	0.1901	0.1094	0.06794	(cm)	3	14.32	15.70	16.81	17.92	19.83	21.25	(cm)	3	38.76	42.53	45.58	48.64	53.90	57.54	
4	0.3263	0.2358	0.1738	0.1312	0.07870	0.04903	4	17.32	19.10	20.52	21.96	24.93	26.19	4	23.49	25.95	27.91	29.90	33.32	35.77			
CASE 1	α^*	0.0852	0.2786	0.3479	0.3681	0.3685	CASE 1	β^*	7.232	7.796	8.278	8.780	9.693	10.45	CASE 1	F_{1L}	42.18	52.50	62.49	71.25	99.57	124.8	
2	0.5591	0.8002	1.062	1.172	1.235	1.249	F_{2L}^*	2	9.284	9.609	9.709	9.710	9.753	9.753	F_{2L}^*	2	38.58	47.16	55.63	65.89	86.95	108.8	
3	1.699	2.526	3.191	3.529	3.762	3.764	(cm)	3	10.11	11.13	11.76	12.80	14.25	15.33	(cm)	3	34.82	42.44	50.27	57.14	78.22	98.13	
4	4.174	6.133	7.776	8.809	9.791	9.887	4	6.173	6.887	7.287	7.790	8.594	9.583	4	32.15	39.11	46.41	54.03	70.77	88.62			
CASE 1	α^*	4.246	4.919	5.589	6.156	7.444	8.559	CASE 1	β^*	39.11	42.71	47.99	52.89	62.33	115.7	CASE 1	F_{1L}	56.14	68.81	84.78	98.83	126.18	162.1
2	2.262	2.619	2.948	3.276	3.966	4.561	β_{SL}^*	2	38.79	43.76	51.62	60.79	80.60	100.8	β^*	2	66.28	71.61	76.18	80.85	87.37	96.89	
3	4.221	5.054	5.799	6.551	7.984	9.144	(cm)	3	32.34	38.83	46.70	54.93	72.61	91.05	(cm)	3	70.91	77.17	82.42	87.73	97.17	104.8	
4	2.374	2.882	3.315	3.785	4.658	5.326	4	29.86	36.32	42.91	50.17	65.88	82.18	4	84.60	92.18	98.56	105.0	116.6	125.7			
CASE 1	α^*	11.07	17.19	24.37	34.36	61.63	76.66	CASE 1	β^*	31.29	38.97	46.39	55.11	73.86	92.56	CASE 1	F_{1L}	150.3	153.0	157.0	163.0	178.4	178.5
2	9.275	13.87	19.30	24.74	46.91	73.22	F_{2L}^*	2	28.63	36.00	44.29	48.63	68.48	88.62	β^*	2	160.5	165.8	170.4	175.1	187.2	170.7	
3	7.576	11.30	15.85	21.92	38.24	68.03	(cm)	3	25.87	31.54	37.36	43.95	58.09	76.84	(cm)	3	165.1	171.4	176.6	181.9	191.4	179.0	
4	6.492	9.982	13.37	18.27	31.26	48.85	4	23.87	27.06	34.33	40.14	52.54	65.75	4	178.8	186.4	192.8	199.2	210.8	219.9			

表-2. 計算結果。注： $F_1 = F_{1L} + F_{1R}$ 、 $F_2 = F_{2L} + F_{2R}$ 、 w^* ：全桁梁断面の単位重量、 w^* ：鋼床板の単位重量。

5 あとがき

鋼床板の最小重量設計に格う理論を適用し、計算式と数値計算結果を示した。座圧、 $\bar{\gamma}$ の値などに因する照査は安全側にあり、これに対する検討は断面の都合で省略した。曲げモーメントの計算式は他の解法(W. Pelican, M. Epling)による場合と比較して良好な一致を示し、また逐次近似計算も数回の繰返して所期の値が得られるので十分実用に供し得るものと思われる。 $f(z)$ 、 $g(z)$ 、 $F(z)$ 、 $G(z)$ などの値は Z について、あらかじめ、図表化しておけば、手計算によることも容易である。

- 参考文献 1) E. Gioncko: Zur Optimalen Auslegung von Fahrbahnplatten. Der Stahlbau Heft 6 1960
2) H. Hornberg, J. Weinmeister: Einflußflächen für Krauswerke. Springer 1956