

京都大学工学部 正員 山田 善一  
川崎重工業(株) 正員 国廣 昌史

1. まえがき 桁を設計する場合、ウェブ、フランジの断面寸法、材質、断面変化位置をいかに決定するかということが重要な問題である。断面変化位置の決定に対しては、鋼材費と溶接費とも平滑過程としてとらえ、Dynamic Programming (以下DP) を適用するのが有効であることが認められている。<sup>1), 2)</sup> 着者などは、これを用いた単純非合成桁、単純活荷重合成桁について、先に発表した<sup>3)</sup>が、ここでは、道路橋の主桁としての非合成連続溶接桁の最小コスト設計について述べる。

2. 問題の定式化 ウェブ、フランジ巾は桁全長にわたり一定とし、上・下フランジ巾は等しく、 $B_T$ とする。設計変数は、ウェブ、上・下フランジの各々について、巾 $B_W, B_F, B_T$ 、断面変化位置の総数 $N_W, N_U, N_L$ 、断面要素の長さ $d_{wi}, d_{uj}, d_{li}$ 、板厚 $T_{wi}, T_{uj}, T_{li}$ 、材質 $M_{wi}, M_{uj}, M_{li}$ である。コスト関数として、材質 $M$ 、板巾 $B$ 、板厚 $T$ の関数である鋼材費 $C_M = C_M(M, B, T)$ 、および、 $B$ と、突合せ溶接される板の小さい方の板厚 $T^*$ の関数である溶接費 $C_s = C_s(B, T^*)$ を考える。そうすれば、桁の総コスト $C_T$ は式(1)のようになり、これが目的関数である。

$$C_T = \rho \sum_{i=1}^{N_W+1} B_W \cdot T_{wi} \cdot d_{wi} \cdot C_M(M_{wi}, B_W, T_{wi}) + \rho \sum_{i=1}^{N_U+1} B_F \cdot T_{ui} \cdot d_{ui} \cdot C_M(M_{ui}, B_F, T_{ui}) + \rho \sum_{i=1}^{N_L+1} B_T \cdot T_{li} \cdot d_{li} \cdot C_M(M_{li}, B_T, T_{li}) + \sum_{i=1}^{N_W} C_s(B_W, T_{wi}^*) \langle T_{w,i+1} - T_{wi} \rangle + \sum_{i=1}^{N_U} C_s(B_F, T_{ui}^*) \langle T_{u,i+1} - T_{ui} \rangle + \sum_{i=1}^{N_L} C_s(B_T, T_{li}^*) \langle T_{l,i+1} - T_{li} \rangle \quad (1)$$

ここに、 $\rho$ : 鋼材の密度、 $T_{j,i}^* = \min\{T_{j,i+1}, T_{j,i}\}$ 、 $\langle T_{j,i+1} - T_{j,i} \rangle = \begin{cases} 0 & \text{if } T_{j,i+1} = T_{j,i} \text{ and } M_{j,i+1} = M_{j,i} \\ 1 & \text{if } T_{j,i+1} \neq T_{j,i} \text{ or } M_{j,i+1} \neq M_{j,i} \end{cases} \quad j=W, U, L$

制約条件としては、我国の現行の道路橋の設計示方書によるものとし、さらに、板厚、板巾には、最大値と最小値の制約をもうけておく。したがって、これらの制約条件のもとで、式(1)を最小にする設計変数を求めることが、この問題の目的である。

3. 連続桁の最小コスト設計 これは次の2つの手順に分けて考える。すなわち a) 桁全長を細分割し、その分割要素について、鋼材費が最小になるように(式(1)の初めの3項のみを考慮)断面を決定する。——鋼材費最小の設計。b) 製作費(ここでは板の突合せ溶接費)を考慮に入れて、鋼材費と製作費とのバランスを考えて、分割要素とある範囲でまとめて、その区間を一定断面とし、桁の総コストを最小にする。——平滑化した設計。

1) 鋼材費最小の設計 連続桁のような Normal Action としての挙動を示すようなものについては、Fully Stressed Design を繰返し適用するのが収束も早くて良い方法である。まず、初期値として与えられた剛比により、桁全長を  $N$  個に分割した分割要素につき断面力を求め、その断面力により、Fully Stressed Design を行なう。この際、 $B_W, B_F$  が決定されればウェブ、フランジの必要板厚、材質は決定されるので、 $B_W, B_F$  についての最適化を考えればよい。これには Grid Search (ある初期値のまわりにいくつかの格子点を考え、目的関数を最小にする格子点を、格子間隔を順次小さくしながら求めて行く方法) が適用できる。各要素の剛比が収束するまで、断面力の計算へ Grid Search を繰返す。しかし、不静定構造物では Fully Stressed Design は必ずしも最適設計とはならない。このため、ある要素のフランジ板厚を増加させて、この要素の断面を一定に保ちながら、他の要素の断面を Fully Stressed

Design により求め、鋼材費が減少したかどうかを検討する。もし減少すれば、この要素は応力に余裕のある設計の方が有利であるということになる。この操作を各要素について行ない、鋼材費の減少する要素を選出して、鋼材費が最小になるようにフランジ板厚を増加させる。他の要素は Fully Stressed Design で求める。

2) 平滑化した設計 1) で求められた各分割要素の必要板厚  $t_k$ 、材質  $M_k$  より、製作(溶接)費を考慮に入れて使用板厚  $T_k$ 、材質  $M_k$  を決定する。この場合、分割要素  $k$  においては、 $(T_k - t_k)$  または  $(M_k - m_k)$  の分だけ材料損失コスト  $\phi_k(T_k, M_k, t_k, m_k)$  が発生し、一方断面変化位置  $(T_k = T_{k-1} \text{ 或 } M_k = M_{k-1})$  においては、突合せ溶接コスト  $\psi_k(T_k, M_k, T_{k-1}, M_{k-1})$  が発生する。全損失コストは、桁全長にわたる両者の和として表わせる。 $\phi_k$  と  $\psi_k$  とをバランスさせながら全損失コストを最小にするように、中道と歩んで最適使用板厚  $T_k$ 、材質  $M_k$  を求めるわけであるが、これは平滑過程と呼ばれるもので、DP を適用できる。今、分割要素  $(R-1)$  における使用板厚、材質を  $z, \sigma$  とし、式(2)で表わせる関数  $f_R(z, \sigma)$  を導入する。 $f_R(z, \sigma) = \min \left\{ \sum_{k=R}^N \phi_k(T_k, M_k, t_k, m_k) + \psi_k(T_k, M_k, z, \sigma) \right\}$ ,  $T_k \geq t_k$ ,  $M_k \geq m_k$ ,  $z \geq t_{R-1}$ ,  $\sigma \geq m_{R-1}$ ,  $k=R, \dots, N$ ,  $R=1, \dots, N$  (2) 式(2)に最適性の原理を適用すれば、 $f_R(z, \sigma)$  と  $f_{R+1}(z, \sigma)$  とを結ぶ繰返しの関数方程式

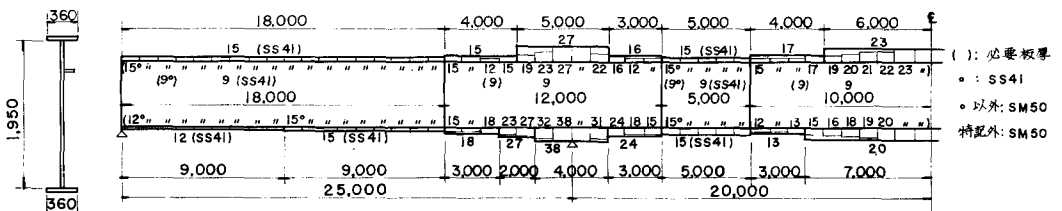
$$f_R(z, \sigma) = \min \{ \phi_R(T_R, M_R, t_R, m_R) + \psi_R(T_R, M_R, z, \sigma) + f_{R+1}(T_R, M_R) \},$$

$$\text{ただし、} T_R \geq t_R, M_R \geq m_R, z \geq t_{R-1}, \sigma \geq m_{R-1}, R=1, \dots, N \quad \text{初期条件: } f_{N+1}(z, \sigma) = 0, t_0 = t_1 \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} f_R(z, \sigma) = \min \{ \phi_R(T_R, M_R, t_R, m_R) + \psi_R(T_R, M_R, z, \sigma) + f_{R+1}(T_R, M_R) \} \\ \text{ただし、} T_R \geq t_R, M_R \geq m_R, z \geq t_{R-1}, \sigma \geq m_{R-1}, R=1, \dots, N \end{matrix}} \right\} \quad (3)$$

が得られ、これを  $R=N \rightarrow 1$  に向って順次解くことにより、最適使用板厚  $T_k$ 、材質  $M_k$  を決定できる。

なお、2) で得られた設計は1) のものと剛性が異なるので、最終設計の各部の応力を検討する必要がある。もし応力がどこかで許容応力を超過しておれば、この剛性を用いて断面力の算出 ~ Grid Search ~ 平滑化した設計の操作を繰返して、応力の超過がなくなれば、これが最終設計となる。

4. 数値計算例 1例として、スパン  $25\text{m} + 40\text{m} + 25\text{m}$  の3径間対称連続桁(水平スナフナー1本)の場合の結果を図に示す。鋼材は SM50, SS41 の2種類を考え、3の1) で求めた材質の配分は3の2) でも維持されるものとする。鋼材費は、定尺ベース、規格料、厚みエキストラのみを考慮し、溶接費は、労務費、検査費などを含む一定値の項と、溶着金属の量に比例する項を考えた。



荷重:  $W_d = 2.522 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$ ,  $W_c = 0.756 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$ ,  $P = 10.806 \text{ t}$ , 衝撃荷重, 総鋼重:  $21^{\text{t}}752$ , 総コスト  $1226.6^{\text{万円}}$

5. 結論 以下に簡単に主な結論を列挙しておく。1) 最小重量設計から一歩前進した最小コスト設計が可能である。2) 連続桁の断面変化位置決定のための DP の適用は極めて有効である。3) ウェブの板厚はできるだけ薄く、その板厚のとり得る最高の桁高が有利な設計となる。4) 今迄に計算してみた範囲においては、道路橋の主桁としての連続桁は Fully Stressed Design が最適設計となる。

参考文献 1) Reza Razani, George G. Goble: "Optimum Design of Constant Depth Plate Girders" Proc. of ASCE, STZ, April, 1966  
2) George G. Goble, Philip V. Desantis: "Optimum Design of Mixed Steel Composite Girders" Proc. of ASCE, ST6, Dec. 1966  
3) 山田善一, 国広昌史: "桁の最適設計" 土木学会第25回年次学術講演会講演集第1部 昭和45年11月