

I-194 クロソイド曲線桁の断面力特性 (第二報) (円曲線への近似)

北海道大学 学生員 杉本 博之

1. まえがき

高速自動車道路の発展に伴ない、異なる曲率の曲線間の緩和曲線として、クロソイド曲線が使用されはじめて、十数年を経ている。その間、都市内高速道路においても、高架部分にクロソイド曲線が使用されているのは当然であるが、実際の施工にあたっては、床版のみをクロソイド曲線とし、桁部は円曲線で近似しているようである。このような実情を考慮して、本論文は、前回(文献(1))に引き続き、一次不静定の場合の理論式を示し、各断面力、変形の最大値を求め、それより、クロソイド曲線部桁の円曲線への近似についての一考察を試みたものである。

2. クロソイド曲線桁、記号の定義

A: クロソイドのパラメーター

L: 曲線の長さ

R: 円の半径

α_0 : クロソイド曲線の始点の単位クロソイド曲線中におけるらせん角

α_1 : クロソイド曲線の終点の始点からのらせん角

β : 荷重点の始点からのらせん角

ω : 荷重載荷点の始点からのらせん角

X_{ST} : 荷重(P)が作用した時の始点における不静定ねじり反力

k: 剛比 ($= EI/GI_T$)

UC, US, VC, VS, WCC, WCS, WSC, WSS: 文献(1)参照

$$UCC(\beta_2, \beta_1, \alpha_1, \alpha_2) = \int_{\beta_1}^{\beta_2} \cos(\alpha - \alpha_1) \cos(\alpha - \alpha_2) \frac{d\alpha}{\sqrt{L_0 + \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \cos(\alpha_1^2 + \alpha_2^2) (f(\sqrt{2}B_2) - f(\sqrt{2}B_1)) + \sin(\alpha_1^2 + \alpha_2^2) (g(\sqrt{2}B_2) - g(\sqrt{2}B_1)) \right\} + \cos(\alpha_1 - \alpha_2) (B_2 - B_1)$$

$\alpha_1 = \sqrt{L_0 + \alpha_1}$, $\alpha_2 = \sqrt{L_0 + \alpha_2}$, $B_1 = \sqrt{L_0 + \beta_1}$, $B_2 = \sqrt{L_0 + \beta_2}$, f 及び g は文献(1)参照。

同様に、

$$UCS(\beta_2, \beta_1, \alpha_1, \alpha_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \cos(\alpha_1^2 + \alpha_2^2) (g(\sqrt{2}B_2) - g(\sqrt{2}B_1)) - \sin(\alpha_1^2 + \alpha_2^2) (f(\sqrt{2}B_2) - f(\sqrt{2}B_1)) \right\} + \sin(\alpha_1 - \alpha_2) (B_2 - B_1)$$

$$USS(\beta_2, \beta_1, \alpha_1, \alpha_2) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \cos(\alpha_1^2 + \alpha_2^2) (f(\sqrt{2}B_2) - f(\sqrt{2}B_1)) + \sin(\alpha_1^2 + \alpha_2^2) (g(\sqrt{2}B_2) - g(\sqrt{2}B_1)) \right\} + \cos(\alpha_1 - \alpha_2) (B_2 - B_1)$$

3. 不静定ねじり反力

解析にあたっては、始点Oにおけるねじり反力を解放し、代わりに、不静定ねじり反力 X_{ST} を挿入して、理論式を導いていった。ここでは、具体的な断面力等の式は省き、不静定反力 X_{ST} のみを示すことにする。

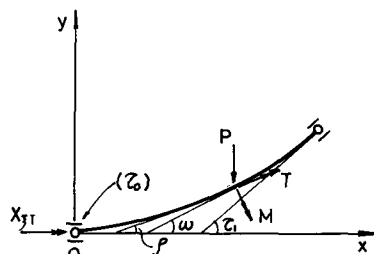


図-1 クロソイド曲線桁

$$X_{PT}(\omega) = -\frac{A}{\sqrt{2}D(\tau_1)} \left[UC(\tau_1, \omega) (\sin \tau_1 \cdot VC(\tau_1, 0, 0, 0) - UC(\tau_1, 0) \cdot WSC(\tau_1, 0, 0, 0)) - UC(\tau_1, 0) (\sin \tau_1 \times \right. \\ \left. \times VC(\tau_1, \omega, \omega, 0) - UC(\tau_1, 0) \cdot WSC(\tau_1, \omega, 0, \omega)) + R \left\{ UC(\tau_1, \omega) (\sin \tau_1 \cdot VS(\tau_1, 0, 0, 0) + UC(\tau_1, 0) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times WCS(\tau_1, 0, 0, 0)) - UC(\tau_1, 0) (\sin \tau_1 \cdot VS(\tau_1, \omega, \omega, 0) + UC(\tau_1, 0) \cdot WCS(\tau_1, \omega, 0, \omega)) \right\} \right]$$

$$X_{HT}(\omega) = \frac{1}{D(\tau_1)} \left[\cos(\tau_1 - \omega) (\sin \tau_1 \cdot VC(\tau_1, 0, 0, 0) - UC(\tau_1, 0) \cdot WSC(\tau_1, 0, 0, 0)) - UC(\tau_1, 0) (\sin \tau_1 \times \right. \\ \left. \times WCC(\tau_1, \omega, \omega, 0) - UC(\tau_1, 0) \cdot UCS(\tau_1, \omega, \omega, 0)) + R \left\{ \cos(\tau_1 - \omega) (\sin \tau_1 \cdot VS(\tau_1, 0, 0, 0) + UC(\tau_1, 0) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times WCS(\tau_1, 0, 0, 0)) - UC(\tau_1, 0) (\sin \tau_1 \cdot WSS(\tau_1, \omega, \omega, 0) + UC(\tau_1, 0) \cdot UCS(\tau_1, \omega, 0, \omega)) \right\} \right]$$

$$X_{TT}(\omega) = -\frac{1}{D(\tau_1)} \left[\sin(\tau_1 - \omega) (\sin \tau_1 \cdot VC(\tau_1, 0, 0, 0) - UC(\tau_1, 0) \cdot WSC(\tau_1, 0, 0, 0)) - UC(\tau_1, 0) (\sin \tau_1 \times \right. \\ \left. \times WSC(\tau_1, \omega, \omega, 0) - UC(\tau_1, 0) \cdot USS(\tau_1, \omega, \omega, 0)) + R \left\{ \sin(\tau_1 - \omega) (\sin \tau_1 \cdot VS(\tau_1, 0, 0, 0) + UC(\tau_1, 0) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times WCS(\tau_1, 0, 0, 0)) + UC(\tau_1, 0) (\sin \tau_1 \cdot WCS(\tau_1, \omega, \omega, 0) + UC(\tau_1, 0) \cdot UCC(\tau_1, \omega, \omega, 0)) \right\} \right]$$

ここで

$$D(\tau_1) = UC(\tau_1, 0)^2 USS(\tau_1, 0, 0, 0) - 2 \sin \tau_1 \cdot UC(\tau_1, 0) \cdot WSC(\tau_1, 0, 0, 0) + \sin^2 \tau_1 \cdot VC(\tau_1, 0, 0, 0) + \\ + R (UC(\tau_1, 0)^2 UCC(\tau_1, 0, 0, 0) + 2 \sin \tau_1 \cdot UC(\tau_1, 0) \cdot WCS(\tau_1, 0, 0, 0) + \sin^2 \tau_1 \cdot VS(\tau_1, 0, 0, 0))$$

4. 断面力特性

上で導いた式等を用いて、各種計算を行ったわけであるが、以下に示す図は、クロソイド曲線の始点からのらせん角 τ_1 を50等分割して、その節点を各荷重の移動する時の、各断面力、変形の最大値をプロットしたものである。なお実際の計算にあたっては、 τ_1 は、0.0から0.1きざみに0.7まで、それに対応して、 τ_2 は、0.8(=46°)から、0.1きざみで0.1まで、剛比 k は、1.0から0.1きざみで、10まで変化させた。

各図は、3(2)組よりなっているが、その(a)は、 τ_2 と τ_1 の組合せをパラメーターとした時の各最大値の剛比による変化を、(b)は、 $k=1$ の時の、 τ_2 をパラメーターとした時の各最大値の τ_1 による変化を、ただし、 T_p については、(a)の最小値($k=2$)をプロットしたものである。

(c)は、各最大値の L/A による変化を描いたもので、円の対応する最大値の、 L/R による変化と比較してプロットしてある。なお(a)における、パラメーター(35)等は、 $\tau_2=0.3$ 、 $\tau_1=0.5$ の意味である。

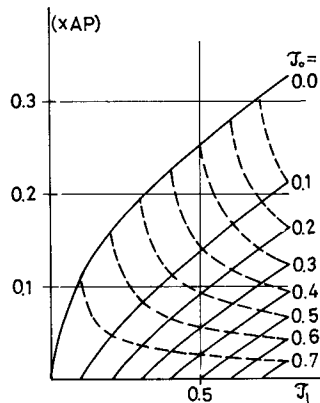


図-2, b $M_{p, \max}$

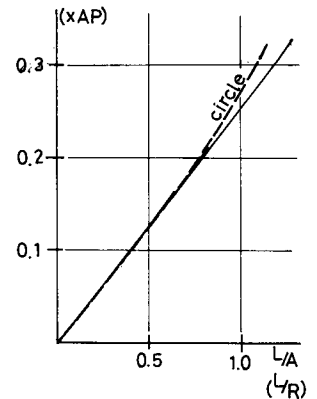


図-2, c $M_{p, \max}$

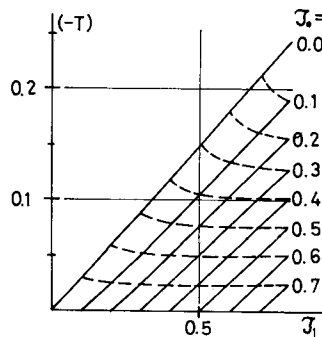


図-3, b $M_{T, \max}$

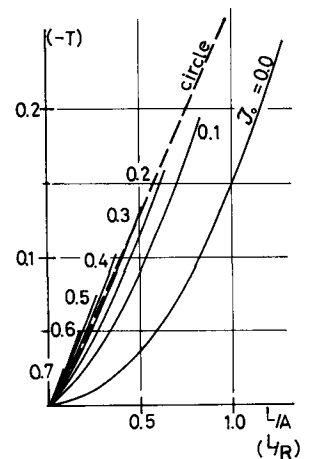
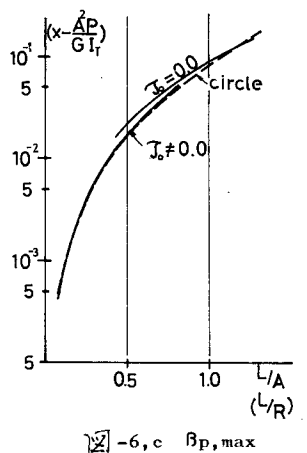
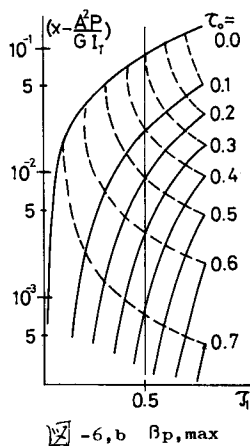
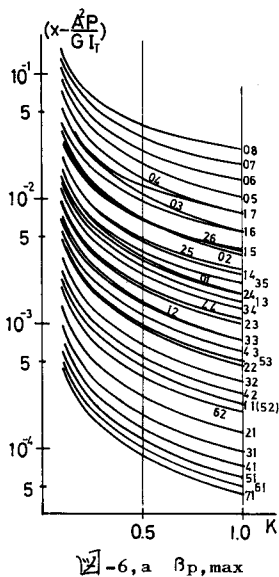
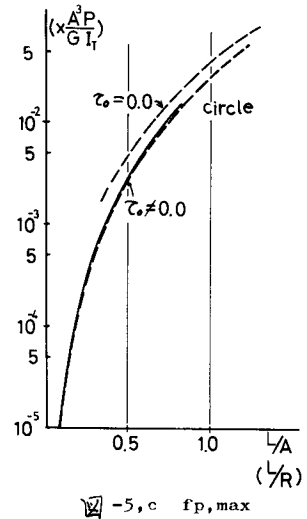
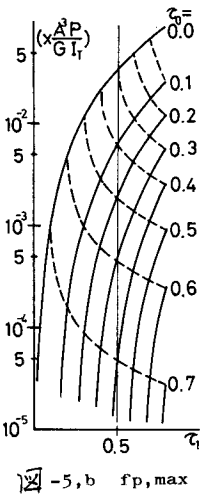
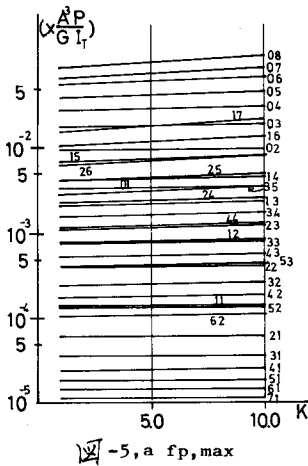
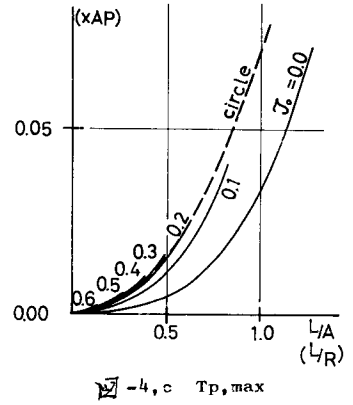
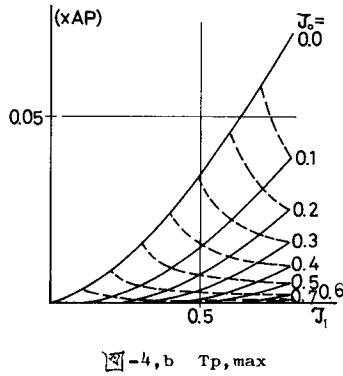
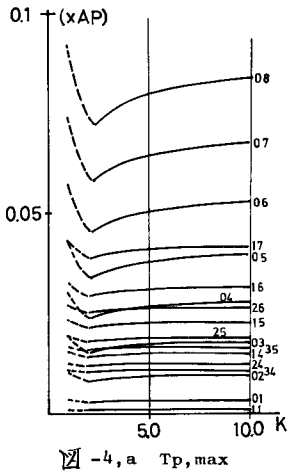


図-3, c $M_{T, \max}$



(参考文献) (1) 杉本博之 クロソイド曲線橋の断面力特性(第一報) 第25回土木学会年次学術講演会講演要集 昭和45年

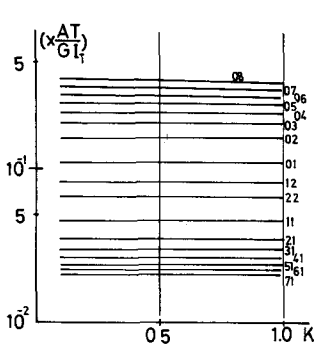


図-7, a $\theta_T, \max$

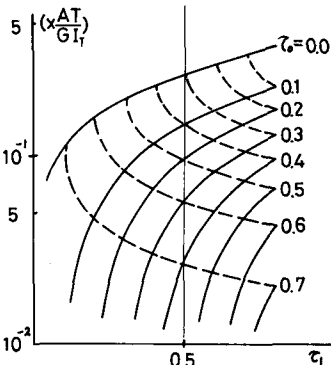


図-7, b $\theta_T, \max$

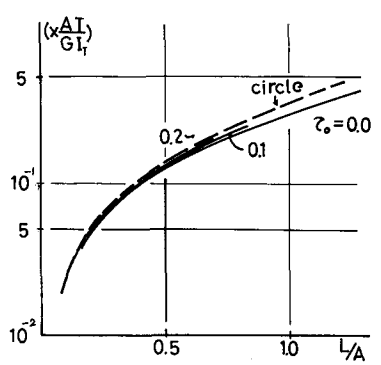


図-7, c $\theta_T, \max$ (L/A)

図-2は $M_{p, \max}$ をプロットしたものであるが、最大値を与える点は、長さの中心から $\pm 1\%$ 以内である。また、(c)において、クロソイド曲線と円曲線との場合ほとんど一致している。これは、クロソイド曲線の L/A と円曲線の L/R が似た性質を持つことを示している。図-3は $M_{T, \max}$ をプロットしたものである。最大値を与える点は、50分割の節点番号23 ($\tau_0=0$)あるいは、26 ($\tau_0 \neq 0$)である。図-4は $T_{p, \max}$ である。剛比により、最小値を持っているが、その最小値を与える剛比は、 $R=2.0$ である。また、(a)の点線部分は、始点で、実線部分は、終点で最大値をとることを示している。最大値を与える荷重点は、その荷重変化している。

図-5～図-7は、変形の最大値をプロットしたものである。図-5は $f_{p, \max}$ (垂直力 P が作用した時の垂直たわみ)である。最大値を与える節点番号は14～15 ($\tau_0=0$)、21～26 ($\tau_0 \neq 0$)である。また、 $\tau_0 \neq 0$ のクロソイド曲線では、 $M_{p, \max}$ の場合と同様に、円曲線との間に、きわめて近い相似性が見られ、それと共に、 $\tau_0=0$ のクロソイド曲線の、 τ_0 の他の値を持つクロソイド曲線との相似性が顕著に示されている。図-6は $\beta_{p, \max}$ (垂直力 P が作用した時のたわみ角)を描いたものである。最大値の剛比による変化が特に著しい。また(c)において $f_{p, \max}$ と同じ特性がみられる。図-7は、 $\theta_{T, \max}$ (ねじりモーメント T が作用した時のねじり角)を描いたものである。

5. 円曲線への近似

紙面の都合で全部のせれなかったが、上述した特性より、線形としてクロソイド曲線を与えられた場合、それを円曲線に近似する時、その円曲線のパラメータ、 R 、 L_{circle} は

$$L_{circle}/R = L_{clothoid}/A$$

という関係より決定できる。さらに、 $L_{circle} = L_{clothoid}$ とすると、結局、

$$R = A$$

となり、クロソイドのパラメータ A に等しい半径の円曲線で近似すればよいことになる。

6. あとがき

線形としてのクロソイド曲線が、円曲線に近似されている実情を考へ、一つの方法を提案したわけであるが、今後の設計の一助となれば幸である。

なお 本文作成にあたり、北大工学部渡辺昇教授、篠原知徳助教授の種々の御助言に、感謝致します。また、計算は、北大大型計算センターのFACOM-230-60を使用した。