

I-191 曲線格子について

信州大学 工学部 正員 吉田 俊 弥

信州大学 工学部 正員 中西 三 郎

1. まえがき

一般の構造物に余力法を用いて解析すると、不静定次数の増加に伴い弾性方程式の各係数を求めることが非常に煩雑になる。従って、余力法で格子構造を解析する場合、通常横桁のねじりを無視したり、主桁と横桁の節点において、せん断力しか伝達できないものとして、できるだけ不静定次数を少なくして解析している。その点、たわみ角法は弾性方程式となてる場合、たわみ角式と各パネルごとに書きならべ、各節点で釣合をとれば簡単に得られるので、不静定次数にあまりこだわらなくてもよい。従って、曲線格子を解析する場合には、曲線梁におけるたわみ角式と導き、従来のたわみ角式と併用すれば解析できる。

2. 基本式

端モーメント及びそれによる変形量の正負は、回転軸に沿ってその正方向と見通した場合に右はじの回転と一致する向きを正と定める。せん断力の正負は、Y軸と正方向にみて部材を時計まわりに回転させるものを正と定める。(図I、図IIはそれぞれ端モーメント、変形の正を示す)

端モーメント、端せん断力と端における変形量との関係は、カスティリアノの定理を用いて次の式で表わされる。

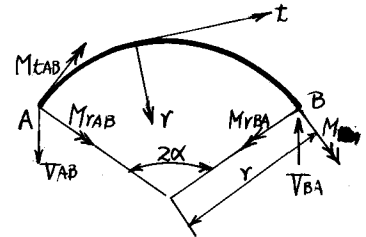


図 I

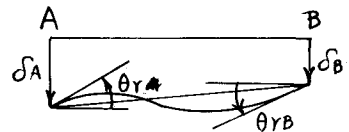


図 II

$$\begin{bmatrix} M_{AB} \\ M_{BA} \\ Y \cdot V_{AB} \end{bmatrix} = \frac{E \cdot I}{Y \cdot D} \begin{bmatrix} A1 & A2 & A3 & A4 & A5 \\ B1 & B2 & B3 & B4 & B5 \\ C1 & C2 & C3 & C4 & C5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \\ \frac{\delta_A - \delta_B}{Y} \end{bmatrix} \quad \text{----- (1)}$$

$$\begin{bmatrix} M_{BA} \\ M_{AB} \\ Y \cdot V_{BA} \end{bmatrix} = \frac{E \cdot I}{Y \cdot D} \begin{bmatrix} A2 & A1 & A4 & A3 & A5 \\ B2 & B1 & B4 & B3 & B5 \\ C1 & C2 & C3 & C4 & C5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \\ \frac{\delta_A - \delta_B}{Y} \end{bmatrix} \quad \text{----- (2)}$$

ここで

$$\begin{bmatrix} A1 & A2 & A3 & A4 & A5 \\ B1 & B2 & B3 & B4 & B5 \\ C1 & C2 & C3 & C4 & C5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} BC - \alpha^2 & -\alpha C + \beta d & \alpha d - B\beta \\ AC - \beta^2 & -Ad + \alpha\beta & \\ (対称) & AB - \alpha^2 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\cos 2\alpha & 0 & -\sin 2\alpha & 0 \\ 0 & \sin 2\alpha & 1 & -\cos 2\alpha & 0 \\ 0 & -\sin 2\alpha & 0 & -2\sin \alpha & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = AB \cdot C + 2 \cdot \alpha \cdot \beta \cdot d - B \cdot \beta^2 - A \cdot d^2 - C \cdot \alpha^2, \quad \lambda = \frac{E \cdot I}{G \cdot J},$$

$$A = \alpha + \frac{1}{4} \sin 4\alpha + \lambda (\alpha - \frac{1}{4} \sin 4\alpha), \quad B = \alpha - \frac{1}{4} \sin 4\alpha + \lambda (\alpha + \frac{1}{4} \sin 4\alpha),$$

$$C = \alpha - \frac{1}{4} \sin 4\alpha + \lambda (3\alpha - 2 \sin 2\alpha + \frac{1}{4} \sin 4\alpha),$$

$$\alpha = \frac{1}{4} \cos 4\alpha - \frac{1}{4} + \lambda (-\frac{1}{4} \cos 4\alpha + \frac{1}{4}), \quad \beta = -\frac{1}{4} \cos 4\alpha + \frac{1}{4} + \lambda (-\cos 2\alpha + \frac{1}{4} \cos 4\alpha + \frac{3}{4}),$$

$$d = -\alpha + \frac{1}{4} \sin 4\alpha + \lambda (\sin 2\alpha - \alpha - \frac{1}{4} \sin 4\alpha),$$

3. 座標変換

γ , ϵ 座標における変形量, 端モーメントを x , z 座標 (全体座標) にベクトル変換すると次の式(3), 式(4)を得る。(それぞれ図Ⅲ, 図Ⅳを参照)

$$\begin{bmatrix} \theta_{YA} \\ \theta_{ZA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \beta_1 & \cos \beta_1 \\ \cos \beta_1 & -\sin \beta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{xA} \\ \theta_{zA} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \theta_{yB} \\ \theta_{zB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \beta_2 & \cos \beta_2 \\ \cos \beta_2 & -\sin \beta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{xB} \\ \theta_{zB} \end{bmatrix} \quad \text{--- (3)}$$

$$\begin{bmatrix} M_{xAB} \\ M_{zAB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \beta_1 & \cos \beta_1 \\ \cos \beta_1 & -\sin \beta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{rAB} \\ M_{tAB} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} M_{xBA} \\ M_{zBA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \beta_2 & \cos \beta_2 \\ \cos \beta_2 & -\sin \beta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{rBA} \\ M_{tBA} \end{bmatrix} \quad \text{--- (4)}$$

式(3)を式(1), (2)に代入しさらにこれらを式(4)に代入すると, x , z 座標での端モーメントと変形量の関係を得る。

4. たわみ線

(i) 端曲げモーメント $M_{rAB}=1$ が作用する場合のたわみ線 (図Ⅳ参照)

$$f_{rAB}(P) = \frac{-\gamma^2 \sin(\pi-P)}{EIS \sin \pi} \left\{ \frac{1}{4} \sin(2P-\pi) - \frac{P}{2} \cos \pi + \frac{1}{4} \sin \pi \right\} - \frac{\gamma^2 \sin P}{EIS \sin^2 \pi} \left\{ \frac{\pi}{2} - \frac{P}{2} - \frac{1}{4} \sin 2(\pi-P) \right\} \\ + \frac{\gamma^2}{GJS \sin^2 \pi} \left\{ \frac{1}{2} P \cos \pi \sin(\pi-P) + \frac{1}{4} \sin \pi \sin(\pi-P) + \frac{1}{4} \sin(\pi-P) \sin(2P-\pi) - \frac{1}{2} (\pi-P) \sin P \right. \\ \left. - (\pi-P) \cos \pi \sin \pi + \pi \cos \pi \sin(\pi-P) - \frac{1}{4} \sin P \sin 2(\pi-P) \right\} \quad \text{--- (5)}$$

(ii) 端ねじりモーメント $M_{tAB}=1$ が作用する場合のたわみ線

$$f_{tAB}(P) = \frac{\gamma^2}{GJS \sin \pi} \left\{ \pi \sin \pi - \pi \sin(\pi-P) - P \sin \pi \right\} \quad \text{--- (6)}$$

(iii) 端曲げモーメント $M_{rBA}=1$ が作用する場合のたわみ線

$$f_{rBA}(P) = -f_{rAB}(\pi-P) \quad \text{--- (7)}$$

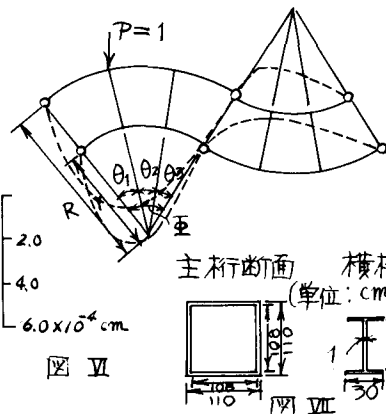
(iv) 端ねじりモーメント $M_{tBA}=1$ が作用する場合のたわみ線

$$f_{tBA}(P) = f_{tAB}(\pi-P) \quad \text{--- (8)}$$

弾性方程式を解き, 端モーメントが計算できると式(9)により, たわみ線と計算する。

$$f(P) = (\delta_B - \delta_A) \times \frac{P}{\pi} + M_{rAB} \cdot f_{rAB}(P) - M_{rBA} \cdot f_{rAB}(\pi-P) + M_{tAB} \cdot f_{tAB}(P) + M_{tBA} \cdot f_{tAB}(\pi-P) \quad \text{--- (9)}$$

5. 計算例



図Ⅷに計算例として同じ円弧格子から成る S 字格子のたわみを示してある。条件としては, $R=100\text{m}$, $\gamma=95\text{m}$, $\pi=30^\circ$, $\theta_1=\theta_2=\theta_3=10^\circ$, 各支点ともにねじり拘束を有す。

参考文献

渡辺昇: 曲線格子の理論と計算 技報堂

山崎・太田: 円弧部材をもちつらーメンの立体解析

山本宏: 円弧部材を有する平面構造物に対するモーメント分配法 土木学会論文集第174号

村上・吉田: たわみ直法による格子の解法 コロナ社