

北海道大学 正員 萩沢憲吉

北海道大学 正員 芳村 仁

## 1. まえがき

本文は、円弧曲線形をなす Ringplatten と Ringträger によって構成されていると考えられる曲線桁構造と、接合面での内力の釣合と変位の適合と条件として各構造要素を接合することによって、内部応力、変位等を求め、その結果を示したものである。Platte 部分においては、面内力、面外力とともに考慮して解析した。同様な論文としては、過去に D. Rüdiger<sup>(1)</sup>の論文があるが、本文では Platte 部分においてポアソン比を考慮し、Träger 部分においては曲線梁の一般的な変位微分方程式を導き、張出し部分をもつ桁を扱い、特に断面における直応力の分布形の曲率と桁長による変化に注目し、曲線桁の有効幅の問題へのアプローチを試みた。

## 2. 解析方法

面内力、面外力とともに考慮した折板理論による。従って、変位の幾何的適合条件式は、1つの接合面に対して4つの式が成立し、Abb. 2 に示すような不静定力を未知数とする連立1次方程式が組立てられる。結局、問題は単位の不静定力と面荷重による各変位を求める事に帰する。

## 3. 解析理論

(a) Platte 部分：平板の弾性曲面に関する4次の微分方程式と応力関数を用いた Scheib<sup>(2)</sup>の微分方程式を用いると、応力と変位は垂直変位  $w$  は応力関数によって表わされる。垂直変位と応力関数を無限級数展開した形に仮定すると、接合面において不静定力に対応する断面力の1つを単位に、他の3つを0にした場合の変位は、4元連立方程式を解くことによって得られる。

(b) Träger 部分：任意断面をもつ円弧曲線梁の重畳線に作用する3つの分布荷重と3つの分布モーメントを考えると、

Bernoulli の平面保持の仮定の下で次の微分方程式が導かれる。

$$\begin{aligned} \frac{d^4 u}{d\varphi^4} + 2 \frac{d^2 u}{d\varphi^2} + \frac{d^2 u}{d\varphi^2} &= r \left\{ \frac{r^2}{EJ_1} \left( \frac{dm_z}{d\varphi} + r \frac{dq}{d\varphi} + \frac{d^2 m_\varphi}{d\varphi^2} \right) \right. \\ &\quad - \frac{r^2}{EJ_2} \left( r \frac{dp}{d\varphi} + rt + m_z + \frac{d^2 m_z}{d\varphi^2} \right) \\ &\quad \left. - \frac{1}{EF} \left( rt + 2r \frac{d^2 t}{d\varphi^2} + r \frac{d^4 t}{d\varphi^4} + m_z + 2 \frac{d^2 m_z}{d\varphi^2} + \frac{d^4 m_z}{d\varphi^4} \right) \right\} \\ \frac{d^3 v}{d\varphi^3} + 2 \frac{d^2 v}{d\varphi^2} + \frac{dv}{d\varphi} &= r \left\{ - \frac{r^2}{EJ_1} \left( \frac{dm_t}{d\varphi} + r \frac{dq}{d\varphi} + \frac{d^2 m_\varphi}{d\varphi^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{r^2}{EJ_2} \left( r \frac{dp}{d\varphi} + rt + m_z + \frac{d^2 m_z}{d\varphi^2} \right) \right\} \end{aligned}$$

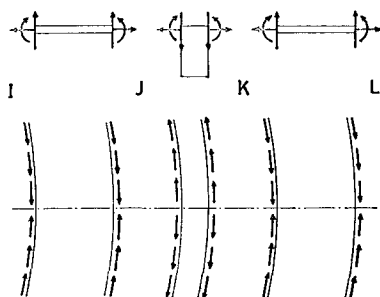


Abb. 1 不静定力と変位

|   | A   | B   | C   | J   | K   |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|
| A | ... | ... | ... | ... | ... |
| B | ... | ... | ... | ... | ... |
| C | ... | ... | ... | ... | ... |
| J | ... | ... | ... | ... | ... |
| K | ... | ... | ... | ... | ... |

Abb. 2 変位適合条件式

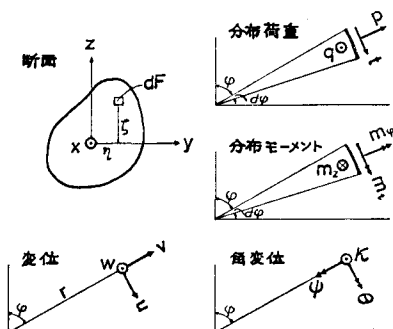


Abb. 3 曲線梁に関する定義

$$\frac{d^2\theta}{d\varphi^2} + 2 \frac{d\theta}{d\varphi^2} + \frac{d\theta}{d\varphi} = r^2 \left\{ \frac{1}{EJ_2} \left( r \frac{dQ}{d\varphi} + \frac{dM_2}{d\varphi} + \frac{d^2m_2}{d\varphi^2} \right) - \frac{1}{EJ_1} \left( r \frac{dp}{d\varphi} + r t + m_1 + \frac{d^2m_1}{d\varphi^2} \right) + \frac{1}{GK} \left( r \frac{dQ}{d\varphi} - \frac{d^2m_1}{d\varphi^2} + \frac{d^2m_2}{d\varphi^2} \right) \right\}$$

$$\frac{d^2\psi}{d\varphi^2} + 2 \frac{d\psi}{d\varphi^2} + \frac{d\psi}{d\varphi} = r^2 \left\{ \frac{1}{EJ_2} \left( r \frac{d^2Q}{d\varphi^2} + \frac{d^2m_2}{d\varphi^2} + \frac{d^3m_2}{d\varphi^3} \right) - \frac{1}{EJ_1} \left( r \frac{d^2p}{d\varphi^2} + r \frac{dt}{d\varphi} + \frac{dm_1}{d\varphi} + \frac{d^3m_1}{d\varphi^3} \right) - \frac{1}{GK} \left( r Q - \frac{d^2m_1}{d\varphi^2} + \frac{d^2m_2}{d\varphi^2} \right) \right\}$$

$$\frac{dW}{d\varphi} = r\psi, \quad K = \frac{1}{r} \left( \frac{dV}{d\varphi} - u \right)$$

$$\therefore D = \int \frac{\zeta^2 dF}{1 + \eta/r}, \quad J = \int \frac{\eta^2 dF}{1 + \eta/r}, \quad I = \int \frac{\zeta^2 dF}{1 + \eta/r} \quad \text{と} \quad J_1 = \frac{1}{D} (IJ - D^2), \quad J_2 = \frac{1}{J} (IJ - D^2), \quad J_3 = \frac{1}{I} (IJ - D^2).$$

$F = \int dF$ ,  $E$ : ヤング係数,  $GK$ : 直線のねじり剛性.

この微分方程式を使って単位の不静定力による各変位を求めることができる。

#### 4. 数値計算例

上記理論を用いて Abb. 4 に示す断面をもつ単桁構造 (単位重量  $2.5 \text{ t/m}^3$ ) について計算した結果を示す。Abb. 7 は桁長  $30 \text{ m}$ 、開き角  $30^\circ$ 、ポアソン比  $0.2$  の場合である。直応力  $\sigma_{\varphi\varphi}$  の分布形は (1) 桁の曲率 (2) 桁長と支間の関係によって影響されると考えられるので、桁長一定の場合と半径一定の場合にそれぞれ開き角を変化させたときの  $\sigma_{\varphi\varphi}$  の分布形を Abb. 8 に示す。

計算は北大大型計算機センターを利用した。

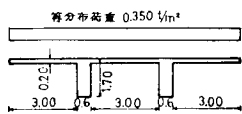
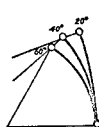
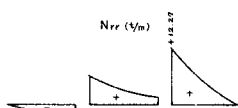


Abb. 4 桁断面 (単位: m)

断面 (b-b) において



桁長  $30 \text{ m}$   
ポアソン比  $0.2$   
等分布荷重



半径  $15 \text{ m}$   
ポアソン比  $0.2$   
等分布荷重

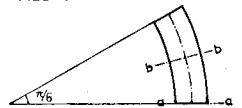


Abb. 5 平面図

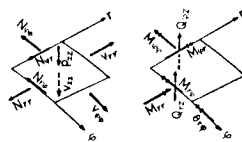


Abb. 6 断面力と変位の定数

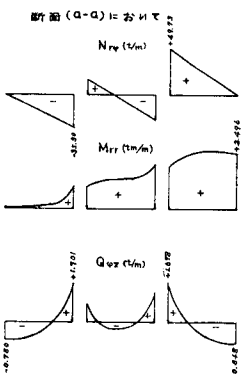


Abb. 7 中央断面及端断面における断面力分布と変位

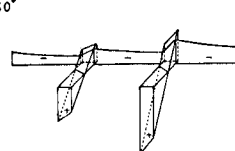
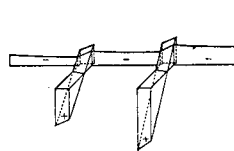
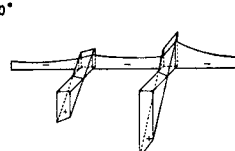
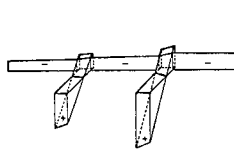
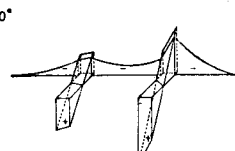
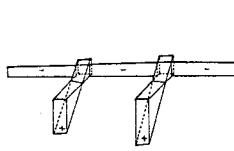
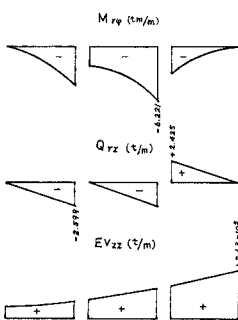


Abb. 8 中央断面における  $\sigma_{\varphi\varphi}$  の分布形の変化

#### (参考文献)

- (1) D. Rüdiger: Die strenge Theorie der Faltwerke konstanter Krümmung. Ingenieur-Arch. 11/1, (1956)
- (2) F. K. G. Odqvist: Theorie der elastischen Ringe starker Krümmung. Ingenieur-Arch. 22, 343 (1954)