

(株) 宮地鉄工所 正員 後藤 茂夫
 (株) 宮地鉄工所 正員 O 扣田 忠治
 (株) 宮地鉄工所 前田 武夫

1. まえがき

架設時における吊橋は、微小変形理論的に不安定であり、大変形挙動をする。ここでは著者の非線型有限変形法を基礎理論にし、吊橋の各塊の架設状態を解析しようとするものである。

2. 仮定

吊橋を構成する各部材の応力、ひずみ状態は弾性域をこえることはないが、吊橋全体で見ると、それは有限変形とは呼べない大変形（節点移動量が大きい）であると考えられる。ただし、今回は実用的見地から大変形挙動は、主ケーブルのみと考え、さらに主ケーブルは節点間で直線状をなすものとする。

応力変形を求める架設時点では、補剛げた吊材の理論的な取付位置に結合されるものとする。

3. 理論の概要

(図-1)の単純なモデルについて説明する。

(a)は、主ケーブルおよび吊材の初期状態。(b)は、無応力状態の補剛げた形状（製作そりのまゝ）とする。

いま、ある架設段階、たとえば、 $i \sim k$ 節点間の補剛げた吊材にとりつけられ、その間のけたが節点で剛接された状態と等価な状態を(a)、(b)を用いて作り出すことにすれば、

i) まず、(b)の $i \sim k$ 区間内以外の全節点をすべてヒンジとする。

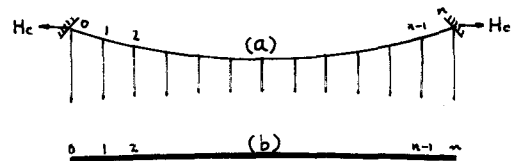
ii) つぎに、このけたを(a)の吊材下端（所定の補剛げた取付位置）の対応点にとりつける。

iii) $i \sim k$ 節点に所定の補剛げた自重および架設機材などの架設荷重を作用させる。

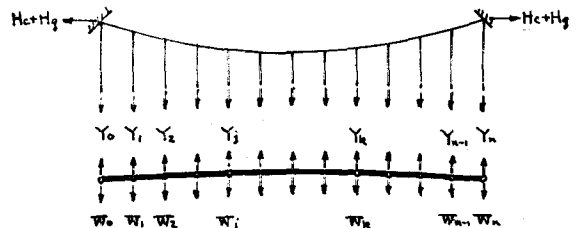
という操作をすることになる。

もちろん、(a)の吊材下端の示す形状は、(b)の補剛げた形状とは、喰い違いがあるため、 $i \sim k$ 区間の節点の取り付けに際しては、若干の応力が導入されることになる。また、つぎの架設段階へ移行する前段として、これにつぎの架設ブロックが無補剛げたまゝ吊り下げられた状態が考えられるが、この場合には前記の状態に、当該節点をヒンジのまゝとし、単に新たな自重のみを追加すればよいことになる。

以上のように考えた場合、構造系(a)と(b)は、共通の不静定力 $Y_0, Y_1, \dots, Y_n$ (図-2)を介



(図-1)



(図-2)

して一体化される。こうして、(図-1)の(a)と(b)は、それぞれの初期形状の差による相対喰い違い量を0とするような変形を生ずる。

こゝとき的主ケーブル節点の水平変位ベクトルを X 、垂直変位ベクトルを Y 、および補剛げた節点の垂直変位ベクトルを Y' として、節点荷重と節点変位との関係を表わす基礎方程式をつぎのようにかくことにする。

$$aX + dY = X + X_t \quad (1)$$

$$cX + bY = Y + Y_t \quad (2)$$

a, b, c, d は、正方対称なる連マトリックスであり、線型化有限変形法とは異なり、 a と c は等しくはならない。 X は水平荷重項であり、曲げ剛性をもつ塔位置のほか通常は0である。

中間主塔などの処理は、換算バネ係数を用い、これがマトリックス a の対応する対角要素に加えられて、 X には未知項はなくなっているものとする。

$a \sim d$ の各マトリックスの内容は、

$$B(a) = \begin{bmatrix} a_1+a_2 & -a_2 & & \\ -a_2 & a_2+a_3 & -a_3 & \\ & \dots & \dots & \\ & & -a_n & a_n+a_{n+1} \end{bmatrix} \quad (3)$$

と書いて

$$\left. \begin{aligned} a &= B(a) + \mathcal{A} \\ b &= B(b) \\ c &= B(c) \\ d &= B(d) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

また

$$\begin{aligned} a_i &= K_i \left\{ \alpha_i^2 + \frac{\alpha_i(x_i - x_{i-1})}{2l_i} \right\} + \mu_i \\ b_i &= K_i \left\{ \beta_i^2 + \frac{\beta_i(y_i - y_{i-1})}{2l_i} \right\} + \mu_i \\ c_i &= K_i \left\{ \alpha_i \beta_i + \frac{\beta_i(x_i - x_{i-1})}{2l_i} \right\} \\ d_i &= K_i \left\{ \alpha_i \beta_i + \frac{\alpha_i(y_i - y_{i-1})}{2l_i} \right\} \\ K_i &= \lambda_i (F_i - \mu_i) \end{aligned}$$

こゝで、 α_i, β_i は方向余弦、 λ_i はバネ係数、 $\mu_i = \frac{H_i}{x_i - x_{i-1}}$ 、 $F_i = E_c A_c / l_i$ である。

区間を表わす指標 i は、 $i-1$ を意味する。また X_t, Y_t などは、温度荷重項であり既知とする。

したがって、 Y のみが、吊材を介して主ケーブルへ伝えられる未知垂直荷重項となる。

つぎに、補剛げたに関して、格間長 l_i 、曲げ剛性 EI_i として

$$t_i = \frac{\lambda_i}{6EI_i}, \quad \gamma_i = \frac{1}{\lambda_i}$$

よりなる連マトリックス t 、 γ を

$$t = \begin{bmatrix} 2(t_1+t_2) & t_2 & & \\ t_2 & 2(t_2+t_3) & -t_3 & \\ & \dots & \dots & \\ & & t_{n-1} & 2(t_{n-1}+t_n) \end{bmatrix}, \quad \gamma = \begin{bmatrix} -\gamma_1 & \gamma_1+\gamma_2 & -\gamma_2 & \\ & -\gamma_2 & \gamma_2+\gamma_3 & -\gamma_3 \\ & & \dots & \dots \\ & & & -\gamma_{n-1} & \gamma_{n-1}+\gamma_n & -\gamma_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

と定義すれば、曲げモーメント $M_1, M_2, \dots, M_{n-1}$ よりなる列ベクトル M と、たわみ $y_0', y_1', \dots, y_n'$

よりなる列ベクトル y' との間には、

$$y^* M = w - y \quad (7)$$

$$y M = y' \quad (8)$$

なる関係がある。

架設時の条件により、 M はつねに 0 となる要素をいくつか有しており、このための条件マトリックス、すなわち、 $n-1$ 次の単位マトリックスにおいて、補剛げた中間節点のヒンジ点に対応する単位要素を 0 とおきかえたものを $\tilde{M}$ 、その補数マトリックスを $\tilde{M}'$ として、(7) (8) に代入すれば

$$\tilde{w} = (\tilde{y}' + \tilde{y} \tilde{M} \tilde{y})^{-1} \tilde{y} \quad (9)$$

$$G = y^* \tilde{w} y \quad (10)$$

とあって、

$$G y' = w - y \quad (11)$$

が得られる。

つぎに、初期形状における吊材下端と製作形状における補剛げた節点との喰い違い量ベクトルを

$$\Delta l = [\Delta l_0, \Delta l_1, \dots, \Delta l_n]^* \quad (12)$$

とする。

このベクトル Δl は、(図-3) の補剛げたが、幾何学的な線型移動(平行移動および回転移動)することによる変更を加えても、解に与える効果は不変である。すなわち、無数にある Δl の組合せのうち、任意の一群をとればよいことになる。このことは、一つの吊橋においては、すべての架設段階における Δl に共通のものを採用してもよいことを暗示している。

さて、主ケーブルと補剛げた間の節点変位の関係は、図系の一体化により、次のように表わせる。

$$y' = y - \Delta l + f y + \Delta l_t \quad (13)$$

ここに、 Δl_t は温度による吊材の自由伸縮量による列ベクトル、 f は吊材長を l_i 、伸び剛性を EhA_{hi} とし、

$$f_i = \frac{l_{hi}}{EhA_{hi}}$$

を要素とする対角マトリックス、すなわち、 $f y$ は、

軸力による吊材の伸び量を表わす列ベクトルである。

吊材のなな節点がある場合にも通用するため、 f の逆マトリックス R を用いて、

$$R y' = R(y - \Delta l) + y + R \Delta l_t \quad (14)$$

とし、(11) (13) より y' を消去して y を求めれば、

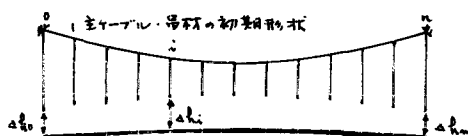
$$y = w' - G'(y - \Delta l + \Delta l_t) \quad (15)$$

が得られる。

そこで、

$$w' = R(R + G)^{-1} w \quad (16)$$

$$G' = R(R + G)^{-1} G \quad (17)$$



無応力時補剛げた形状

(図-3)

である。

もちろん、 G は単独ではデターミナントが 0 となるが R を加えることにより正則となり、 G' は対称マトリックスとなる。

吊材の弾性伸びを無視すれば

$$W' = W, \quad G' = G$$

である。

なお、今回は、吊材の傾斜の影響は無視しているので、補剛げたの水平変位は、構造解析上不要となる。

以上により、(1) と (2) および (15) より λ を消去した式を連立させて x, y を求めることができる。すなわち、

$$a x + a y = x + x_t \quad (18)$$

$$c x + (b + G') y = W' + G'(\Delta R - \Delta R_t) + x_t \quad (19)$$

が求める解式である。

なお、補剛げたをトラスとして計算する場合、すなわち、補剛トラスの腹材の変形の影響を考慮する場合には、(5) の Δ を

$$\Delta = \begin{bmatrix} 2(t_1+t_2) & t_2 \\ t_2 & 2(t_2+t_3) & t_3 \\ & t_{n-1} & 2(t_{n-1}+t_n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta_1+\Delta_2 & -\Delta_2 \\ -\Delta_2 & \Delta_2+\Delta_3 & -\Delta_3 \\ & & -\Delta_{n-1} & \Delta_{n-1}+\Delta_n \end{bmatrix} \quad (20)$$

と変更すればよい。ここで

$$\Delta_i = \frac{1}{\lambda_i G A_i}$$

$G A_i$: 補剛トラスの換算せん断剛性

である。

4. あとがき

初期形状状態から、直接に各架設段階状態を計算できるので、荷重増減法と殊になくともよく、途中の累積誤差を含まない。

架設計算のみならず、完成後の活荷重載荷の計算にも有効である。

大変形挙動を有する構造物では、節点変位と部材変形の適合条件式は、十分に厳密なものとなければならないが、本法では、反復計算において十分な収束性が得られるよう配慮された、解式の剛性マトリックスを構成するための Unit Equation と呼ぶ非線形材端式を採用し、正確性を期している。

参考文献 1) 有限変形理論による骨組構造の解析 (コンピュータによる構造工学講座Ⅱ-1-B 骨組構造解析 P63~P74 日本鋼構造協会編 1971)

2) 後藤茂夫, “有限変形法によるつり橋の解法”, 土木学会論文集 156 (1968年8月)

3) 後藤茂夫, “有限変形法に用いる 2, 3 の考察”, 土木学会論文集 163 (1969年3月)

4) 後藤茂夫他, “非線形有限変形法による骨組構造物の大変形解析” (本講義集)

5) 後藤茂夫他, “煮効材養生に於けるキャットウォークの解析” (本講義集)