

I-179 多径間吊橋の構造特性について

北海道大学工学部 正員 佐藤 浩一

1. まえがき

先に発表した論文^{1),2),3)}は塔の変形を考慮した多径間吊橋の撓度理論による補剛桁の撓み影響線あるいは曲げモーメント影響線に關してのものである。ここでは塔の変形を考慮した塔の撓み影響線、曲げモーメント影響線、剪断力影響線について理論式を導出し、数値計算を行った。

本報告では、塔頂において塔とケーブルとの結合状態は図-1のようにヒンジ結合であるとし、塔は死荷重を塔頂部においてケーブルの鉛直反力として負担しているものとし、このような塔の橋軸方向に水平に $P=1$ が作用したものとする。多径間吊橋の $P=1$ によるケーブルの水平張力は各径間ごとに異なり、補剛桁を基本系にとれば、補剛桁の各支点での支持状態には関係ないが、径間数には関係あり、 n 径間吊橋では各径間のケーブルの水平張力に關して n 次不静定構造物として理論解析する。

2. 基本系としての塔(片持梁)の影響線

図-2のように塔のみを取出した時、軸圧縮力が作用し、更に、 P なる水平集中荷重が作用した時の片持梁の微分方程式はDiracのDelta関数を用いれば、次式のように表示することができる。

$$EI_z \frac{d^4 w}{d\alpha^4} + N \frac{d^2 w}{d\alpha^2} = P \cdot \delta(\alpha - \beta) \quad (1)$$

軸圧縮力(N)の方向は塔(片持梁)が撓んでも変わらないものとするれば、その時の境界条件は

$$\left. \begin{aligned} \alpha=0, \quad w(0) &= w'(0) = 0 \\ \alpha=h, \quad w''(h) &= 0, \quad w'''(h) = -k^2 w'(h) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで、 $k^2 = N/EI_z$ である。式(1)をLaplace変換して、式(2)を代入して解けば、

$$w(\alpha, \beta, N) = P \frac{h}{N} \left[\frac{\sin k(h-\beta) \cdot \cos k\alpha - \sin k(h-\beta) - \sin k(h-\alpha) + \sin kh}{kh \cdot \cos kh} - \frac{\alpha}{h} + \left\{ \left(\frac{\alpha}{h} - \frac{\beta}{h} \right) - \frac{\sin k(\alpha-\beta)}{kh} \right\} E_0(\alpha-\beta) \right] \quad (3)$$

ここで、 $E_0(\alpha-\beta)$ はステップ関数である。式(3)を次式のように表示すれば、 $G_T(\alpha, \beta, N)$ が片持梁の影響線(影響関数)である。 $w(\alpha, \beta, N) = P \cdot G_T(\alpha, \beta, N)$ (4)

3. ケーブルの水平張力の影響線($P=1$ が塔上を移動する時)

図-3のような n 径間吊橋の $P=1$ が塔上を移動する時のケーブルの水平張力の影響線を求める。ただし、図-3において、支点についている番号は補剛桁の支点番号と同時に塔の番号を表示している。したがって、塔の第1番目と第 $n+1$ 番目は存在しないので零である。

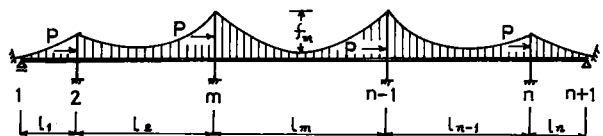


図-3 多径間吊橋の一般図

この時のケーブルの水平張力の影響線 H_{Tpi} は次式によって求まる。

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \cdots & \delta_{1n} \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \delta_{n1} & \cdots & \cdots & \delta_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_{Tpi1} \\ H_{Tpi2} \\ \vdots \\ H_{Tpin} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} f_{10} \\ f_{20} \\ \vdots \\ f_{n0} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta_{ij} &= y_i'' \cdot \{ B_j'(H_j) \cdot M_j(H_i) + B_j(H_j) \cdot M_{i+1}(H_i) \} \quad \text{ただし, } i \neq j; i \neq j-1; i \neq j+1 \\ &\quad i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, n \\ \delta_{ii} &= (y_i'')^2 \cdot \frac{l_i^3}{H_i^3} \cdot \left\{ \frac{1}{12} - \frac{1}{(\mu_i l_i)^2} \left(1 - \frac{\tanh \frac{\mu_i l_i}{2}}{\frac{\mu_i l_i}{2}} \right) \right\} + \frac{L c_i}{E c A c} \quad \text{ただし, } i=1, 2, \dots, n \\ &\quad + y_i'' \cdot \{ B_i'(H_i) \cdot M_i(H_i) + B_i(H_i) \cdot M_{i+1}(H_i) \} + G_T(h_i, h_i, N_i) + G_T(h_{i+1}, h_{i+1}, N_{i+1}) \\ \delta_{i+1,i} &= y_{i+1}'' \cdot \{ B_{i+1}'(H_{i+1}) \cdot M_{i+1}(H_i) + B_{i+1}(H_{i+1}) \cdot M_{i+2}(H_i) \} - G_T(h_{i+1}, h_{i+1}, N_{i+1}) \\ &\quad \text{ただし, } i=1, 2, \dots, n-1 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$M_j(H_i)$ とは、具体的には、第 i スパンに y_i'' なる等分布荷重を載荷した時の i 番目 (図-3 参照) の支点モーメントを表示している。したがって、次式で求まる。詳しくは文献3参照。

$$M_j(H_i) = y_i'' \int_0^{l_i} X_j(\xi_i, H_i) d\xi_i \quad (7)$$

$B_j'(H_j)$, $B_j(H_j)$ についても文献3参照。補剛桁が各支点で単純支持の場合は式(6)において、 $M_j(H_i)$ を零とすればよい。一方、 f_{i0} 曲線は式(4)を用いて次式により求まる。

$$f_{i0}(h_m, \beta_m, N_m) = \begin{cases} G_{Ti}(h_i, \beta_i, N_i) & i=m \\ -G_{Ti}(h_{i+1}, \beta_{i+1}, N_{i+1}) & i+1=m \\ 0 & i \neq m; i+1 \neq m \end{cases} \quad \text{ただし, } m=1, 2, \dots, n+1 \quad (8)$$

である。今、

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \cdots & \delta_{1n} \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \delta_{n1} & \cdots & \cdots & \delta_{nn} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ A_{n1} & \cdots & \cdots & A_{nn} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\text{とすれば, } H_{Tpi}(h_m, \beta_m, N_m) = A_{m-i} \cdot G_{Tm-1}(h_m, \beta_m, N_m) - A_{mi} \cdot G_{Tm}(h_m, \beta_m, N_m) \quad (10)$$

で求まる。式(10)は $P=1$ が塔上を移動する時のケーブルの水平張力の影響線であるが、 $P=1$ の補剛桁上を移動する時のケーブルの水平張力の影響線 $H_{pi}(\xi_k, H_k)$ は文献3より次式で求まる。

$$H_{pi}(\xi_k, H_k) = -A_{ji} \cdot y_j'' \int_0^{l_j} v_B(x_j, \xi_k, H_j) dx_j \quad (11)$$

4. 多径間吊橋の塔の揺れの影響線 ($P=1$ が塔上を移動する時)

式(3), 式(4), 式(10)より多径間吊橋の塔の揺れの影響線は次式によって求まる。

$$W(\alpha_i, \beta_m, N_i) = G_T(\alpha_i, \beta_i, N_i) + \sum_{j=1}^n H_{Tpi}(h_m, \beta_m, N_m) \cdot G_{Ti}(\alpha_i, h_i, N_i) \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{具体的には, } W(\alpha_i, \beta_m, N_i) &= \frac{h_i}{N_i} \cdot \left[\frac{\sin k_i(h_i - \beta_i) \cdot \cos k_i \alpha_i - \sin k_i(h_i - \beta_i) - \sin k_i(h_i - \alpha_i) + \sin k_i h_i}{k_i k_i \cdot \cos k_i h_i} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\alpha_i}{h_i} + \left\{ \left(\frac{\alpha_i}{h_i} - \frac{\beta_i}{h_i} \right) - \frac{\sin k_i(\alpha_i - \beta_i)}{k_i h_i} \right\} E_0(\alpha_i - \beta_i) \right] \\ &\quad + \{ H_{Tpi}(h_m, \beta_m, N_m) - H_{Tpi-1}(h_m, \beta_m, N_m) \} \cdot G_{Ti}(\alpha_i, h_i, N_i) \end{aligned} \quad (13)$$

ただし、 $i=1, 2, \dots, n+1$; $m=1, 2, \dots, n+1$

一方、 $P=1$ が補剛桁上を移動する時の多径間吊橋の塔の挠み影響線は次式によって求まる。式(11)、式(4)を用いて、

$$\eta(\alpha_i, \xi_k, N_i, H_k) = \{H_{pi}(\xi_k, H_k) - H_{p(i-1)}(\xi_k, H_k)\} \cdot G_{Ti}(\alpha_i, \eta_i, N_i) \quad (14)$$

また、多径間吊橋の塔の曲げモーメントおよび剪断力の影響線は式(13)、式(14)を微分することにより、次式によって求まる。 $M = -EIW''$, $Q = -EIW'''$ (15)

5. 数値計算例

数値計算例としては、 $n=5$ (五径間吊橋)とし、次のような断面諸元を用いた。

$$\begin{aligned} l_1 &= 500\text{ m}, l_2 = 1250\text{ m}, l_3 = 1500\text{ m}, l_4 = 1250\text{ m}, l_5 = 500\text{ m}, f_1 = 16.667\text{ m}, f_2 = 104.16\text{ m}, \\ f_3 &= 150\text{ m}, f_4 = 104.16\text{ m}, f_5 = 16.667\text{ m}, I_1 = 2.314\text{ m}^4, I_2 = 5.784\text{ m}^4, I_3 = 6.941\text{ m}^4, \\ I_4 &= 5.784\text{ m}^4, I_5 = 2.314\text{ m}^4, E = 2.1 \times 10^7 \text{ t/m}^2, E_c = 2.0 \times 10^7 \text{ t/m}^2, A_c = 0.72594\text{ m}^2, \\ H_g &= 32794\text{ t}, I_{g2} = 57.84\text{ m}^4, I_{g3} = 69.41\text{ m}^4, I_{g4} = 69.41\text{ m}^4, I_{g5} = 57.84\text{ m}^4, \\ h_2 &= 80\text{ m}, h_3 = 200\text{ m}, h_4 = 200\text{ m}, h_5 = 80\text{ m}, N_{g2} = 15000\text{ t}, \\ N_{g3} &= 20000\text{ t}, N_{g4} = 20000\text{ t}, N_{g5} = 15000\text{ t} \end{aligned}$$

図-4は集中荷重 $P=1$ が作用した時の塔と補剛桁の挠みの正負を示している。図-5は $P=1$ の載荷方向を塔と補剛桁に区別して表示したものである。図-6は $P=1$ が補剛桁上を移動する時の第3径間のケーブルの水平張力の影響線と補剛桁の各支点での支持状態により単純支持と連続支持とを区別して図示している。この図より

わかることは単純支持と連続支持との差はほとんどないことがわかる。図-7は同様にローラー結合とヒンジ結合の場合のケーブルの水平張力の影響線である。点線が従来の理論によるローラー結合であり、実線がヒンジ結合である。これよりケーブルの水平張力の影響線は従来の理論とかなり異なっている。図-8は単純支持と連続支持の場合の第3塔(図-3参照)の塔頂の挠み影響線である。

これより補剛桁の支持状態による差はほとんどないことがわかる。また、塔に集中荷重 $P=1$ を作用した場合より補剛桁に $P=1$ が作用した時の方が塔の挠みが大きいことがわかる。図-9は同様に第3塔の塔頂①、塔頂より1/4点②、塔頂より1/2点③の挠みの影響線を図示したものである。これらは連続支持の

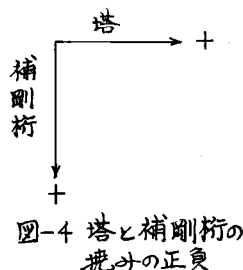


図-4 塔と補剛桁の挠みの正負

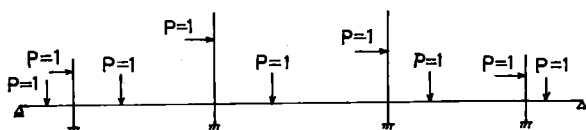


図-5 $P=1$ の載荷方向

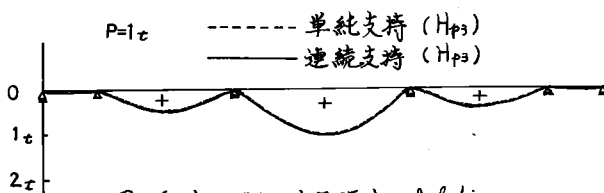


図-6 ケーブルの水平張力のInf. Line ($P=1$ が補剛桁上を移動)

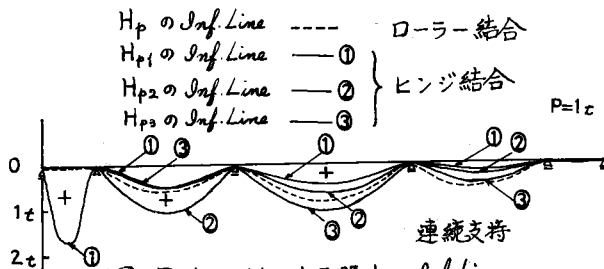


図-7 ケーブルの水平張力のInf. Line ($P=1$ が補剛桁上を移動)

場合のみであるが、単純支持としてもほとんど差がないので省略する。

図-10は第3塔の固定端の曲げモーメントの影響線に関し、単純支持の場合と連続支持の場合とを比較しながら図示したものである。この図から補剛桁の支持状態による差はほとんどないことがわかる。また、塔に $P=1$ が作用した場合より補剛桁に $P=1$ が作用した時の方が塔の固定端の曲げモーメントの値が大きいうことがわかる。図-11は第3塔の塔頂の剪断力の影響線に関し、単純支持の場合と連続支持の場合とを比較して図示したものである。この図からも補剛桁の支持状態の差はほとんどないことがわかる。

6. あとがき

1). 多径間吊橋の塔の影響線を求める式を誘導し、長大吊橋では、塔上に $P=1$ が作用した場合より補剛桁に $P=1$ が作用した場合の方が塔の断面力および撓みが大きいうことが判明した。また、補剛桁の支持状態による差はほとんどなくなる。

2). 文献3とミニで誘導した補剛桁と塔の影響線を多径間吊橋の地震応答解析に用いることが出来る。

本計算は北海道大学大型計算機センターのFacom 230-60を利用した。

最後に、本報告の作成にあたり、

総論指導をいただいた北海道大学工学部土木工学科 渡辺 昇 教授に謝意を表します。

参考文献 1). 佐藤 浩一：多径間吊橋の塔の曲げ剛性が断面力特性に及ぼす影響について 北海道支部研究発表会論文集 1970年2月 2). 渡辺 昇, 佐藤 浩一：塔の変形を考慮した多径間吊橋の構造特性について 土木学会第25回年次学術講演 3). 佐藤 浩一：塔の変形を考慮した多径間吊橋の撓度理論と各種影響線の計算 土木学会論文報告集 No.190, 1971年6月

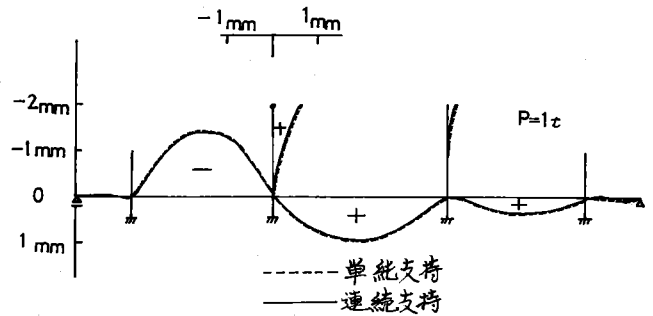


図-8 主塔の塔頂の撓み Inf. Line (塔頂)

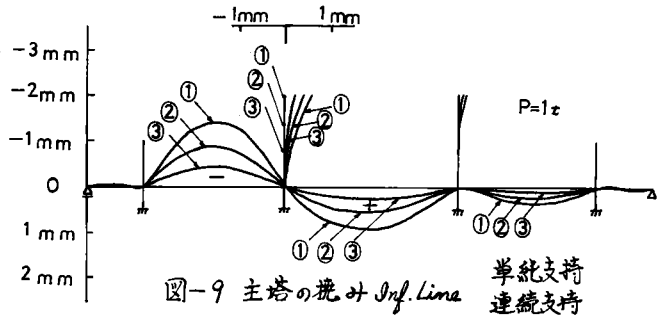


図-9 主塔の塔頂の撓み Inf. Line

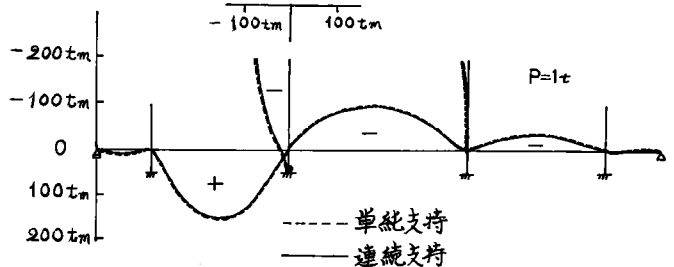


図-10 主塔の固定端の曲げモーメント Inf. Line

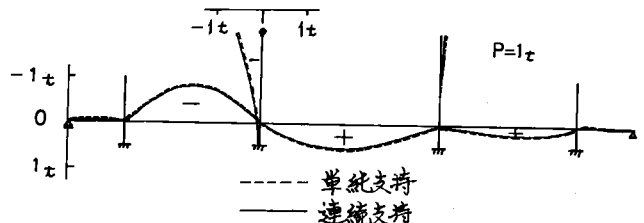


図-11 主塔の塔頂の剪断力 Inf. Line