

I-173 変断面円弧ばりを用いた橋床の剛性について

信州大学 工学部 正員 吉田 俊 弥
信州大学 工学部 正員 〇三 井 康 司

1. はじめに

曲線げた橋および曲線格子げた橋等において、スパン長が大きくなったり、また連続スパンとなった場合には、施工が多少煩雑になっても円弧ばりの断面を変断面とする方が経済的に有利であると思われる。筆者らはこの点に注目してスパン連続位までの曲線げた橋、曲線格子げた橋における、円弧半径、中心角、断面変化の様様、主げたと横構との関連等について、いろいろ考察しているものでその概要を報告する。

2. 基礎計算式

円弧ばりの解析方法には従前よりいろいろ報告されているが、直線部材に対するたわみ角法を円弧部材に適用する方法(注1)が考えやすく、変断面円弧部材にも適用できろりて概略を説明する。

図-1において円弧ばり上の任意の点 n における曲げモーメント M_n とねじりモーメント T_n はつぎのようになる。

$$M_n = M_{ab} \cos \beta - T_{ab} \sin \beta + V_{ab} \cdot r \cos \beta, \quad (1)$$

$$T_n = M_{ab} \sin \beta + T_{ab} \cos \beta + V_{ab} \cdot r (1 - \cos \beta). \quad (2)$$

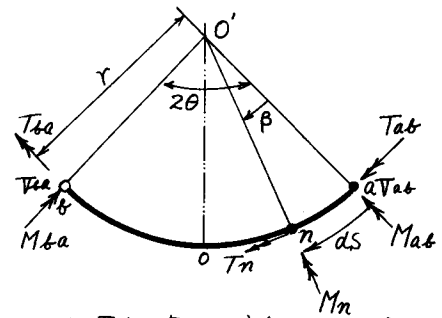
0点での釣り合いより、 M_{ba} 、 T_{ba} は M_{ab} 、 T_{ab} 、 V_{ab} のみで表わせる。すなわち、

$$M_{ba} = -\cos 2\theta \cdot M_{ab} + \sin 2\theta \cdot T_{ab} - r \sin 2\theta \cdot V_{ab}, \quad (3)$$

$$T_{ba} = -\sin 2\theta \cdot M_{ab} - \cos 2\theta \cdot T_{ab} - 2r \sin^2 \theta \cdot V_{ab}. \quad (4)$$

M_n と T_n とによる仕事量 W は、

$$W = \frac{1}{2E} \int \frac{M_n^2}{I} ds + \frac{1}{2G} \int \frac{T_n^2}{J} ds. \quad (5)$$



図中の矢印の方向を正とする。
 V_{ab} は紙面に垂直下向きを正とする。

図-1

式(5)において I 、 J はそれぞれ断面2次モーメント、ねじり抵抗係数を示し、変断面部材であるので β の関数となり積分記号の内にいる。Castiglianoの定理よりたわみ角 θ 、ねじれ角 ϕ はおのの、 $\theta_{ab} = \partial W / \partial M_{ab}$ 、 $\phi_{ab} = \partial W / \partial T_{ab}$ 、 $\delta_a = \partial W / \partial V_{ab}$ 、(6)等となる。 δ_a は a 点の垂直変位である。一方、 W はつぎのようにも表わすことができる。すなわち、

$$W = M_{ab} \cdot \theta_a + M_{ba} \cdot \theta_b + T_{ab} \cdot \phi_a + T_{ba} \cdot \phi_b + V_{ab} \cdot \delta_a - V_{ba} \cdot \delta_b. \quad (7)$$

式(3)、(4)を式(7)に代入して、

$$W = M_{ab} (\theta_a - \cos 2\theta \cdot \theta_b - \sin 2\theta \cdot \phi_b) + T_{ab} (\phi_a + \sin 2\theta \cdot \theta_b - \cos 2\theta \cdot \phi_b) + V_{ab} (\delta_a - \delta_b - r \sin 2\theta \cdot \theta_b - 2r \sin^2 \theta \cdot \phi_b). \quad (8)$$

式(8)より $\partial W / \partial M_{ab}$ 、 $\partial W / \partial T_{ab}$ 、 $\partial W / \partial V_{ab}$ を求めると式(9)のようになる。

よて I 、 J についてはねじり抵抗係数の大きなホックス断面について計算例を示す。変断面とする場合、高さ h 、幅 b がおのの β の1次、2次、3次関数として変化する場合の組み合わせが考えられ

るが最も簡単な場合として \$r\$ が 1 次的に変化し, \$r\$ が一定なる場合を示す。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial W}{\partial M_{ab}} \\ \frac{\partial W}{\partial T_{ab}} \\ \frac{\partial W}{\partial V_{ab}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\theta & 0 & \sin 2\theta & 0 & 0 \\ 0 & \sin 2\theta & 1 & \cos 2\theta & 0 & 0 \\ 0 & r \sin 2\theta & 0 & 2r \sin^2 \theta & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta a & \delta b & \delta a & \delta b & \delta a & \delta b \end{Bmatrix} \quad (9)$$

\$n\$ 本の断面 2 次モーメント \$I_n\$ は, \$h_B = n h_A\$, \$r = n - 1\$ として, \$I_n = \{1 + (r/2\theta)^3\}^3 I_A\$ (10), とする。\$I_A\$ は \$a\$ 点での断面 2 次モーメントである。よにねじり抵抗係数 \$J_n\$ は,

$$J_n = 2t(h_A \cdot b)^2 \left\{ 1 + (r/2\theta)^3 \right\}^3 / \left[h_A \{ 1 + (r/2\theta)^3 \} + b \right] \quad (11)$$

式 (5) の \$I, J\$ に式 (10), (11) が代入される。式 (5) より,

$$\frac{\partial W}{\partial M_{ab}} = \left(\frac{1}{E} \epsilon_{mm} + \frac{1}{G} g_{mm} \right) M_{ab} + \left(\frac{1}{E} \epsilon_{mt} + \frac{1}{G} g_{mt} \right) \times T_{ab} + \left(\frac{1}{E} \epsilon_{mv} + \frac{1}{G} g_{mv} \right) V_{ab} \cdot r, \quad (12) \text{等と} \text{なる。}$$

$$\text{ここに } \epsilon_{mm} = \int \frac{\cos^2 \theta}{I} dS, \quad \epsilon_{mt} = \int \frac{-\sin \theta \cos \theta}{I} dS. \quad (13)$$

$$\text{よに, } \frac{\partial W}{\partial T_{ab}} = \left(\frac{1}{E} \epsilon_{tm} + \frac{1}{G} g_{tm} \right) M_{ab} + \left(\frac{1}{E} \epsilon_{tt} + \frac{1}{G} g_{tt} \right) T_{ab} + \left(\frac{1}{E} \epsilon_{tv} + \frac{1}{G} g_{tv} \right) V_{ab} \cdot r. \quad (14) \quad \text{ここに,}$$

\$g_{tm} = \int \frac{\sin \theta \cos \theta}{J} dS\$, \$g_{tv} = \int \frac{(1 - \cos \theta)^2}{J} dS\$, (15) 等である。式 (13), (15) 等の積分は煩雑となるので計算機により計算させる。式 (12), (14) 等より式 (16) が成り立つ。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial W}{\partial M_{ab}} \\ \frac{\partial W}{\partial T_{ab}} \\ \frac{\partial W}{\partial V_{ab}} \end{bmatrix} = \mathbf{B} \begin{bmatrix} M_{ab} \\ T_{ab} \\ V_{ab} \cdot r \end{bmatrix} \quad (16) \quad \text{ただし } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mu \epsilon_{mm} + g_{mm} & \mu \epsilon_{mt} + g_{mt} & \mu \epsilon_{mv} + g_{mv} \\ \mu \epsilon_{tm} + g_{tm} & \mu \epsilon_{tt} + g_{tt} & \mu \epsilon_{tv} + g_{tv} \\ \mu \epsilon_{vm} + g_{vm} & \mu \epsilon_{vt} + g_{vt} & \mu \epsilon_{vv} + g_{vv} \end{bmatrix} \quad (17)$$

ここに \$\mu = G/E\$ である。式 (9) の \$(3 \times 6)\$ の行列を \$\mathbf{A}\$ とおくと式 (18) が成り立つ。すなわち,

$$\begin{bmatrix} M_{ab} \\ T_{ab} \\ V_{ab} \cdot r \end{bmatrix} = \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{A} \begin{Bmatrix} \delta a & \delta b & \delta a & \delta b & \delta a & \delta b \end{Bmatrix}. \quad (18)$$

式 (18) によって変断面円弧はりの端モーメント式が表わされる。以下この円弧部材を含む構造物の計算は通常の方法で進められる。

図-3, 図-4 は式 (18) の係数の一例である。

3. おわりに

断面変化が 2 次, 3 次となっても式 (10), (11) が変わるのみで計算方法は全く同様に進められる。変断面連続曲線格子の計算については当日報告する。

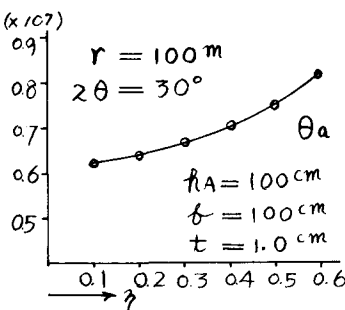


図-3 (\$\mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{A} \sim \theta\$ 曲線)

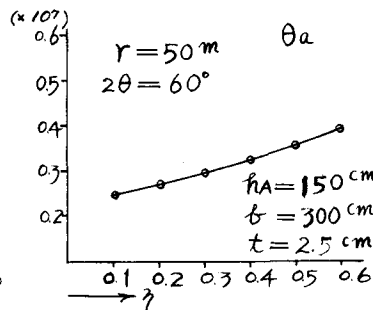


図-4

参考文献:

山本広: 円弧部材を有する平面構造物に対するモーメント分配法, 土木学会論文集, 174号 (注1)

山崎, 大田: 円弧部材を有するラーメンの立体解析, 土木学会論文集, 107号

渡辺昇: 曲線げたの理論と計算, 技報堂, 1の67