

# I-168 変断面箱桁の曲げ挙動について

東京工業大学 正員 能町 純雄  
同 同 尾崎 敏  
同 学生員 ○大島 優之

## 1. まえがき

本論文は薄肉変断面箱桁を対象とし、折板理論によつて、断面の変形を考慮した式を用ひて、曲げ挙動における応力について考察を行つたものである。その際、変断面梁を等価な等断面梁要素に置換して、微分方程式を誘導した。さらに差分法による解を求めたが、その差分式を誘導する際、本論文で述べる簡単で便利な操作を経る二つによつて、少くい分割数で、従つて短い計算時間で、満足すべき精度の解を得る二つができた。また、模型実験によつて計算結果を正しきめたか、測定値はほぼ満足すべき値を得る二つかなぎだ。

## 2. 理論式

図-1のようす断面を考えると、変位剪断公式が次のように与えられる。<sup>1)</sup>

$$\begin{aligned} \dot{T}_{AB} &= \frac{1}{2} E h t (\ddot{\nu} \ddot{U}_A + \ddot{U}_B) + \frac{1}{h} (S_{AB} - S_{BA}) \\ \dot{T}_{BA} &= \frac{1}{2} E h t (\ddot{\nu} \ddot{U}_B + \ddot{U}_A) + \frac{1}{h} (S_{BA} - S_{AB}) \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (1)$$

ここで  $\ddot{U} = \frac{\partial^3 U}{\partial x^3}$  を示す。

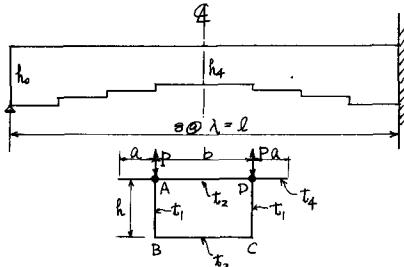


図-1 箱桁断面の記号

同様にして、剪断流  $T_{AD}, T_{AE}, T_{BC}, T_{EA}$  をつり合つて求め、つり合ひ条件式として

$$T_{AB} + T_{AD} + T_{AE} = 0, \quad T_{BA} + T_{BC} = 0, \quad T_{EA} = 0 \quad (2)$$

より、次の三本の微分方程式を得る。

$$(2ht_1 + bt_2 + 2at_4)E\ddot{U}_A + ht_1 E\ddot{U}_B + at_4 E\ddot{U}_E - 12G_0 \Delta \psi + 6(\frac{1}{a} + \frac{2}{b})S_{AE} + \frac{6}{h}P = 0 \quad (3)$$

$$ht_1 E\ddot{U}_A + (2ht_1 + bt_3)E\ddot{U}_B + 12G_0 \Delta \psi - \frac{b}{h}P = 0 \quad (4)$$

$$at_4 E\ddot{U}_A + 2at_4 \ddot{U}_E - \frac{6}{a}S_{AB} = 0 \quad (5)$$

又、変形度と変位の関係より、次式を得る。

$$4G_0 \dot{U}_A - 4G_0 \dot{U}_B + bhG_0 \Delta \psi - (\frac{2h}{t_1} + \frac{b}{t_2} + \frac{b}{t_3})G_0 \Delta \psi + \frac{2}{t_2}S_{AE} + \frac{2}{t_1}P = 0 \quad (6)$$

又、A点における変位の適合  $\dot{W}_{AD} + \dot{W}_{AE} = 0$  が

$$(\frac{t_2}{a} + \frac{2t_2}{b})G_0 \dot{U}_A - \frac{t_2}{a}G_0 \dot{U}_E - G_0 \Delta \psi + (\frac{2t_2}{a} + \frac{2}{b})S_{AE} = 0 \quad (7)$$

以上(3)~(7)式より、 $S_{AE}$ ,  $\dot{U}_B$ ,  $\dot{U}_E$ ,  $\Delta \psi$  を消去して、次の曲げ挙動の微分方程式を得る。

$$\ddot{U}_A - z n K \ddot{U}_A + n H \dot{U}_A = \frac{12}{E h P} (-\ddot{P} + n F P) \quad (8)$$

$$E = \frac{G_0}{1 + \nu}, \quad n = \frac{G_0}{E} = \frac{4(1+\nu)}{bh} (K_A + K_B), \quad z K = (\frac{1}{ht_2} + \frac{1}{ht_3} + \frac{1}{bt_1}), \quad H = \frac{48(1+\nu)}{(1+\nu)P h b}$$

$$T = \{ (ht_1 + bt_2 + 6t_4) + \gamma (ht_1 + bt_3) \}, \quad F = (\frac{1}{ht_2} + \frac{1}{ht_3} - \frac{z}{bt_1}), \quad \gamma = \frac{3ht_1 + 6t_2 + 6t_4}{3ht_1 + 6t_3}$$

$$K_A = \frac{9k_1 k_2 (k_1 + 3k_3)}{(2k_1 + 3k_2)(2k_1 + 3k_3) - k_1^2}, \quad K_B = \frac{9k_1 k_3 (k_1 + 3k_2)}{(2k_1 + 3k_2)(2k_1 + 3k_3) - k_1^2}$$

$\therefore k = P$ ,  $G_0 \Delta u$  はそれぞれ偶荷重, 断面の変形抵抗力を示す。

### 3. 数値計算

いま等分布荷重  $P$  を零として、微分方程式(8)を差分化することを考える。(8)式を2度積分して

$$\bar{U}_A + B\bar{U}_A + C\bar{U}_A = 0 \quad \text{--- (9) で } E = L, B = -2nK, C = nH, \bar{U} = \int U dx$$

$\therefore$  軸方向変位  $U$  を一度積分した値  $\bar{U}$  を次元を考慮して次式と仮定する。

$$\bar{U} = \bar{U}_r T^0(\xi) + \bar{U}_{rH} T^0(1-\xi) + \bar{U}_r \lambda^2 T^0(\xi) + \bar{U}_{rH} \lambda^2 T^0(1-\xi) \quad \text{--- (10)}$$

この式を(9)式に代入し、4度積分する過程で、次の(11), (12)式により本の式を立て、

$$U_{nrH} - U_{nr} = 0 \quad \text{--- (11)} \quad Q_{nrH} - Q_{nr} = -P_r \quad \text{--- (12)}$$

未知数  $\bar{U}$ ,  $\bar{U}_r$  について連立解くことを考える。

また、求めたその差分方程式につけ、等断面梁の条件で区間長入を無限小とすると、曲げ振りの微分方程式(8)式に一致するこことを示すことができる。

### 4. 模型実験

実験は  $t = 2 \text{ mm}$ ,  $t_x = 2 \text{ mm}$ ,  $a = 0$ ,  $b = 58 \text{ mm}$ ,  $h_0 = 60 \text{ mm}$ ,  $h_4 = 20 \text{ mm}$ ,  $L = 980 \text{ mm}$  のアクリル樹脂の断面箱形に両端固定を支持条件として集中荷重  $P$  を  $\frac{1}{2}$  点と  $\frac{1}{8}$  点にかけ、各分割点でのせり応力を測定した。その際ストレインゲージを断面の対角隅点に貼り付けて、測定値はそれらの値の平均値を採用した。

図-4. 支間中央載荷の場合のせり応力分布。 $\sigma_A$

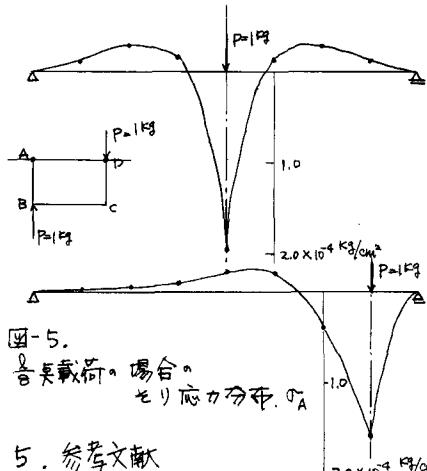


図-5.  
合算載荷の場合  
せり応力分布。 $\sigma_A$

図-2. 支間中央載荷の場合のせり応力分布。 $\sigma_A$

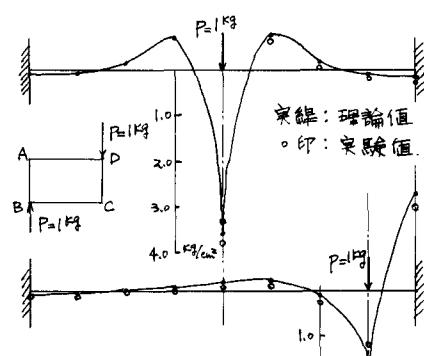


図-3.  $\frac{1}{2}$  点載荷の場合のせり応力分布。 $\sigma_A$

5. 参考文献

- 1) 鈴木純雄：土木学会論文集 第146号（昭和42年10月）
- 2) 尾崎謙：土木学会論文報告集 第179号（昭和45年7月）
- 3) 鈴木純雄、松岡健一、大島俊之：マトリックス構造解析研究発表論文集 第5回（昭和46年6月）  
(謝辞) 本論文の実験を行なうにあたり、田中功、木川兩氏の多大なご協力を受けてました。  
ニに記して深く感謝の意を表します。また、本学電算室の皆様にも大変お世話をになりました。  
厚くお礼申し上げます。