

I-158 Point Matching Method による有孔板の解析とその応用について

北海道大学工学部 正員 牙村 仁

本・四連橋公園 正員 谷中 幸和

1. まえがき

平板の解析は境界条件、荷重条件などにより厳密解を得ることが困難なことも多い。工学上の問題として種々の形状、条件を有する板構造を解析しなければならぬことが多く、電算機の発達に伴いその近似解法による解析が進められている。この報告ではPoint Matching Methodにより有孔矩形板の曲げ問題を解析したものでその結果を発表したい。種々の板を扱ったがここでは円孔の周辺に分布線荷重を担う三辺固定、一辺自由の板について述べる。これはラーメン橋脚底部のアンカー・フレームの部分に現われる構造でその応力性状の検討を目的としたものである。

2. Point Matching 法.

この方法は平板の方程式を満足する一般解を極座標で表わし、その有限項で近似し、周辺上の有限個の点で周辺条件を満足させるものである。この方法による解析についてはF. Tölke¹⁾, H. D. Conway²⁾がFlat Slab, あるいは全周固定の正方形板および三角形板に適用し更に正六角形断面を有する棒の接り解析にも応用している。更にA. W. Leissa³⁾等が円板について報告している。又岡谷・斎藤⁴⁾によっても扱われている。これらはいずれも荷重条件として等分布荷重荷重に限られており境界の条件は限られたものである。本報告では前述の問題を対象として解析を進めた。特にその精度についても検討を行ない、また具体的な解法には最小自乗法の適用を試みた。

3. 有孔矩形板への適用 本法は円孔を有する場合、その周辺では条件を厳密に満足するため特に有効な方法である。周辺は種々の形状になるのが一般だがその条件は辺の法線方向について与える必要がある。極座標による $\Delta \Delta w = 0$ の一般解は

$$w = A_0 + B_0 r^2 + C_0 \ln r + D_0 r^2 \ln r + (A_1 r + B_1 r' + C_1 r^3 + D_1 r \ln r) \cos \theta + \\ + \sum_{n=2}^{\infty} (A_n r^n + B_n r'^n + C_n r^{n+2} + D_n r'^{n+2}) \cos n\theta + (E_1 r + F_1 r' + G_1 r^3 + H_1 r \ln r) \sin \theta + \\ + \sum_{n=2}^{\infty} (E_n r^n + F_n r'^n + G_n r^{n+2} + H_n r'^{n+2}) \sin n\theta \quad (1)$$

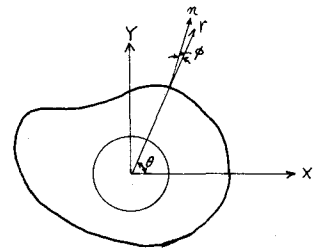
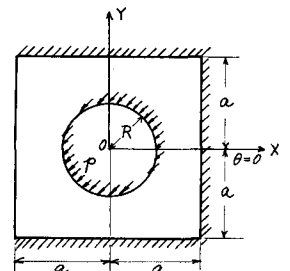


図-1

でありここではその有限項を採用する。周辺条件はその法線方向へ変換した形で示す必要があるがここでは図2の板の解析に必要な自由辺における V_n (反力) についてのみその誘導結果を示す。(図-1参照)

$$V_n = -D \left[-2(1-\nu) \frac{B_0}{r^3} \cos 3\phi + \left\{ \frac{1-\nu}{r} \cos 3\phi + \frac{5-\nu}{r} \cos \phi \right\} D_0 + \right. \\ + \frac{6(1-\nu)}{r^2} B_1 \cos(\theta-3\phi) + 2C_1(5-\nu) \cos(\theta+\phi) - \frac{1-\nu}{r^2} D_1 \{ \cos(\theta+2\phi) \cos \phi - \\ - \sin \theta \sin \phi \} - \frac{2}{r^2} D_1 \cos(\theta-\phi) + \sum_{n=2}^{\infty} \{ -A_n r^{n-3} \cdot n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (1-\nu) \times \\ \times \cos(n\theta+3\phi) + B_n r'^{n-3} \cdot n \cdot (n+1) \cdot (n+2) \cdot (1-\nu) \cos(n\theta-3\phi) - \\ \left. - C_n r^{n-1} \cdot n \cdot (n+1) \{ (n-1)(1-\nu) \cos(n\theta+3\phi) - (5-\nu) \cos(n\theta+\phi) \} + \right]$$



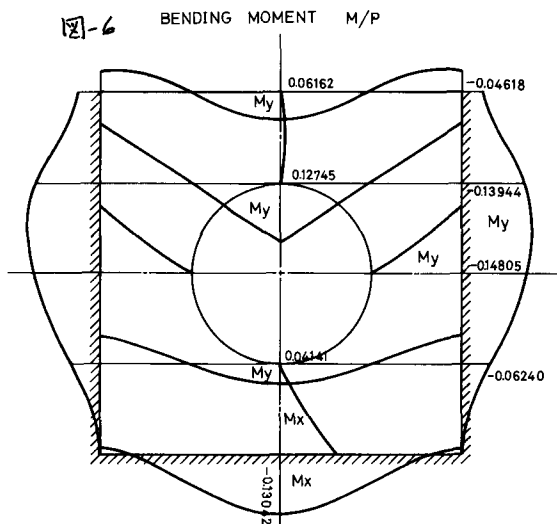
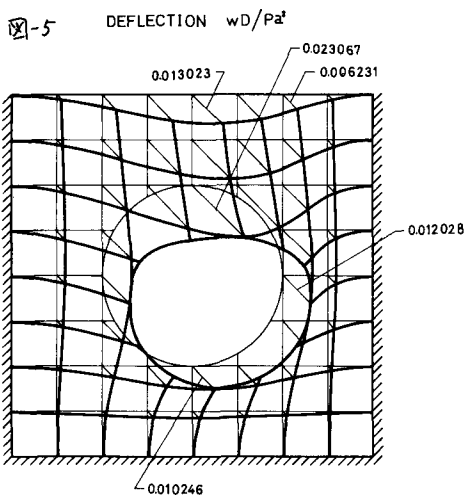
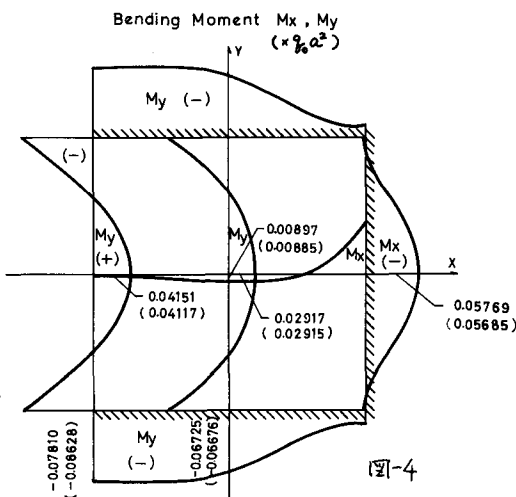
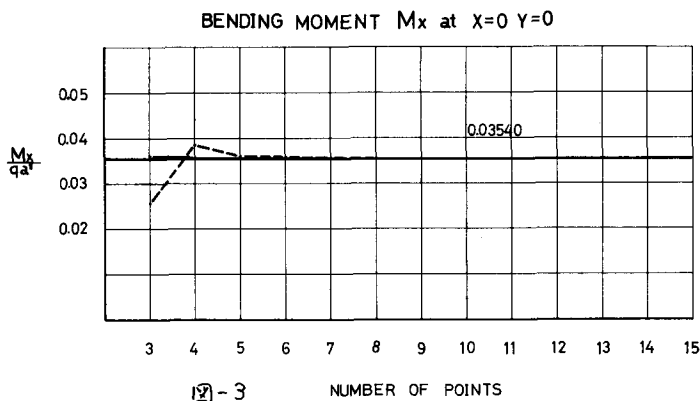
$$+ D_m r^{m-1} n(m-1) \{ (n+1)(1-\nu) \cos(n\theta - 3\phi) + (5-\nu) \cos(n\theta - \phi) \} \} \quad (2)$$

上式で $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$, ν = ポアソン比

図-2のように円孔周辺に線荷重を担う三辺固定、一辺自由の板の境界条件を示すと

$$\left. \begin{array}{l} \text{内部境界条件: } (M_r)_{r=R} = 0, \quad (V_r)_{r=R} = p = \frac{P}{2\pi R} \\ \text{外部境界条件: 固定辺: } w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial n} = 0, \quad \text{自由辺: } M_n = 0, \quad V_n = 0 \end{array} \right\} \quad (3)$$

となり境界条件を満すように未定係数を決定する問題となる。図-3, 4は正解のある三辺固定一辺自由、漸載等分布荷重(q_0)の板で精度を比較検討したもので図-3の横軸は送算の数である。図-5, 6は円孔周辺に荷重をうける板の解析結果を示した。



参考文献 1) F. Tölke : Praktische Funktionenlehre .

2) H.D. Conway : The Approximate Analysis of Certain Boundary-Value Problems . Jour. App. Mech. 1960

3) A.W. Leissa & F.W. Niedenfuhr : A Study of the Cantilevered Square Plate Subjected to a Uniform Loading . J. Aero. Science. Feb. 1962

4) 廣谷・齊藤 : 「薄板構造力学」 共立出版