

I-135 ある弾性基礎上の連続梁の演算子法解析

日本建設技術社 正員 阿久天和明 正員 新谷浅治
 信州大学 学生員 小宮 晃 学生員 有沢一民
 正員 夏目正太郎 正員 谷本浩之助

1. はじめに.

交通機関、上下水道、電信等の地下施設の新設・改修に伴い、既設構造物の下に他の構造物が建設される場合が起り、地盤状態が変化し、構造物の応力状態が変って、その補強が必要となることかしばしば起る。しかし、現在までのところ、その補強の爲の解析例がなく、経験的に補強してきた。本研究はその対策案の一つとして構造物と地盤反力係数の異なる弾性床上的連続梁と考えて、演算子法によるその解析を試みたものである。

2. 基本式

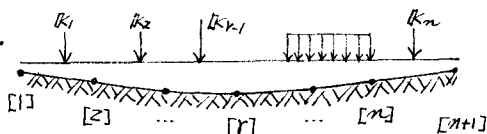
弾性床上的の梁の挙動はウィンクラーの仮定を考えた次の微分方程式より与えられる。

$$\frac{d^4 w}{dx^4} = -Rw. \quad (1)$$

ここで、 w はたわみ、 R は地盤反力係数である。

式(1)より、弾性床上的の梁の基本式は

$$W(P) = [R(P) [N] + K(P)] \quad (2)$$



ここで、 $W(P)$ はたわみ w 、たわみ角 θ 、曲げモーメント M 、せん断力 S を並べた 4×1 の列マトリクス。

図-1. 弾性床上的の連続梁

$R(P)$ は弾性床上的の梁を与える座標マトリクス、 N は積分定数群を列ベクトルに並べた 4×4 の固有マトリクス。

$K(P)$ は流通座標点 P に外力荷重が作用したときの荷重マトリクスで 4×4 の列マトリクスである。

3. 結合条件式及び漸化式

各支点(節点)での結合条件より、演算子法の基礎となる漸化式を導き、各1区間の固有マトリクス N_i を順次、移行させる。従って、 N_i を流通マトリクスと呼ぶこともできる。いま、 $[r]$ 点での結合条件(変位適合性、力平衡性)より

$$W_{r-1}(1) = W_r(0) \quad \text{即ち} \quad [R_{r-1}(1) [N] + K]_{r-1} = [R_r(0) N]_r \quad (3)$$

$$\text{従って、} \quad N_r = L_r N_{r-1} + L_r K_{r-1}. \quad (\text{ただし、} L_r = [R_r^{-1}(0) \cdot R_{r-1}(1)]). \quad (4)$$

4. 最終方程式

最終方程式として、左端 $[1]$ 及び右端 $[n+1]$ の境界条件 B, B' より、流通マトリクス N_i を決定する。

$$B[N]_1 = 0, \text{ 及び } B'[N]_n + K'_n = 0 \quad \text{より} \quad N_i = - \begin{bmatrix} B \\ B' \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ K' \end{bmatrix} \quad (5)$$

ここで、 $L' = L_n L_{n-1} \cdots L_2$, $K' = L_n L_{n-1} \cdots L_2 K_1 + \cdots + L_n L_{n-1} \cdots L_r K_{r-1} + \cdots + L_n K_n$

式(5)により、 N_i が決定したら、式(4)の漸化式によって、順次、固有マトリクスを求め、基本式(2)によって、梁の全挙動を求める。

5. 具体例

いま、既設地下構造物の下に他の構造物が新設される場合を想定して、解析を進める。

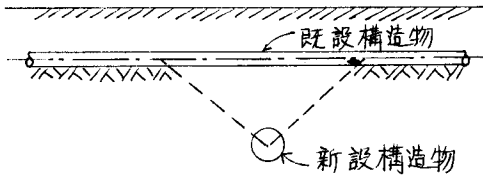


図-2. 構造物の交差

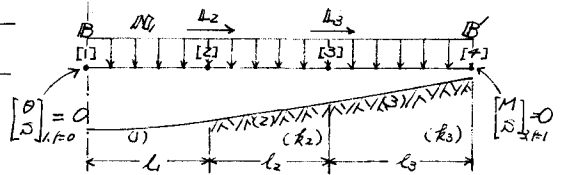


図-3. 仮想構造系.

仮想構造系として、上図のような3径間の連続梁を考え、ここでは、対称性を考慮して、右半分について扱う。図-3において、第1径間は通常の梁、第2径間、第3径間は地盤反力係数が各々、 k_2 、 k_3 なる弾性床上の梁とすると、各径間に関して、次の基本式が成立する。

$$W_1(P) = P_1(P) [N] + \langle K \rangle_1, \quad W_2(P) = R_2(P) [N] + \langle K \rangle_2, \quad W_3(P) = R_3(P) [N] + \langle K \rangle_3 \quad (6)$$

ここで、 $P_i(P)$ は通常の梁を与える座標マトリクスである。

次に、 $[2]$ 、 $[3]$ での結合条件より

$$W_1(1) = W_2(0) \quad \text{及び} \quad W_2(1) = W_3(0) \quad (7)$$

$$\text{従って、} \quad N_2 = L_2 N_1 + L_2 K_1 \quad \text{及び} \quad N_3 = L_3 L_2 N_1 + L_3 L_2 K_1 + L_3 K_2$$

$$\text{ここで、} \quad L_2 = R_2^{-1}(0) P_1(1), \quad L_3 = R_3^{-1}(0) R_2(1).$$

最後に、両端 $[1]$ 、 $[4]$ での境界条件により流通マトリクス M を決定する。まず、本例の場合の境界条件は、a) 左端(中央点)では b) 右端では

$$\begin{bmatrix} \theta \\ \delta \end{bmatrix}_{1, P=0} = 0, \quad \begin{bmatrix} M \\ \delta \end{bmatrix}_{3, P=1} = 0 \quad (8)$$

従って、式(8)の B 、 B' の境界条件に式(6)と、 L' 、 K' に式(9)を用いれば M が定まり、解が求まる。

$$L' = L_3 L_2, \quad K' = L_3 L_2 K_1 + L_3 K_2 + K_3 \quad (9)$$

6. 終りに.

連名者のうち、小宮・有沢両氏によって、本解析のプログラミングは完成されているが適当なデータが選べなかったために、数値計算例が載せられなかったのは残念であるが、発表当日には、納得いただける計算例があとに掛けられるものと思います。また、プログラミング上の1つの問題として、基礎反力の問題点があり、具体例の第3径間を弾性床上の梁として扱い、かつ、式(8)の $[M] = 0$ なる条件を満足する為には、 l_3 がある適当な長さをもつことが必要であり、 l_1 、 l_2 、 l_3 及び荷重状態より、 l_3 を定めてから本解析に入る必要がある。

具体例はかなり重複の感じが強いのであが現在扱っている構造系として載げた。今後、様々な状態での弾性床上の構造物について扱ってみたいと思っている。

(参考文献)

- 1) N. YASHIZAWA and B. TANIMOTO: Finite Beams on Elastic Foundation (1967, ASCE)
- 2) 石川・夏目・谷本: 変算子法による弾性床上の連続ボックス・ラーメンの解析 (1969, 信大工紀要)