I-134　演算子法によるトラス組橋脚上の連続梁の解析

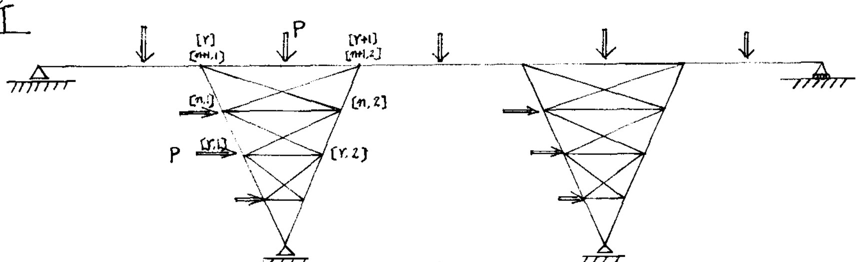
信州大　学生員　松尾光雄
〃　○板沢安衛
正員　谷本勉之助
〃　夏目正太郎

1. 序文

本解法は、トラス組橋脚と連続梁からなる複合構造物を、漸化変形法を用いて、平面解析したものである。本解析においては、トラス組橋脚部分の変形を連続梁の一支点における変形に置換して、この複合構造物を、解析した。

トラス組橋脚、及び、連続梁は、共に三軸マトリックスに落着し、これは漸化式となり　電子計算機に、非常に能率と精度がよいものである。

2、解析



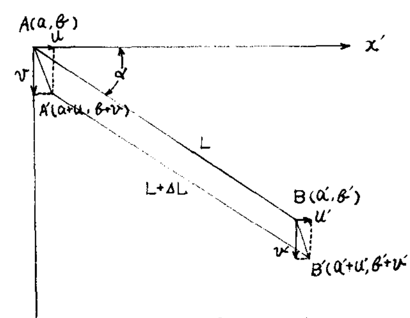
図－1

図2の様にトラスにおいて物理量をとると、

フックの法則により

$$F = -\frac{EA}{L}\lfloor\cos\alpha,\ \sin\alpha\rfloor(\mathbb{U}-\mathbb{U}')\ , \qquad (1)$$

$$\mathbb{F} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} . \qquad (2)$$



図－2

節点における力釣合式は、

$$\sum_i \begin{bmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{bmatrix}_i \mathbb{F}_i + \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix} = 0\ , \qquad (3)$$

次に節点の力つりあいを考えると、釣合方程式は、

$$\begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix}_{r-1} \begin{bmatrix} \mathbb{U}_1 \\ \mathbb{U}_2 \end{bmatrix}_{r-1} + \begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix}_{r} \begin{bmatrix} \mathbb{U}_1 \\ \mathbb{U}_2 \end{bmatrix}_{r} + \begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix}_{r+1} \begin{bmatrix} \mathbb{U}_1 \\ \mathbb{U}_2 \end{bmatrix}_{r+1} + \begin{bmatrix} \mathbb{P}_1 \\ \mathbb{P}_2 \end{bmatrix}_r = 0, \qquad (4)$$

これを簡単に書いて

$$\lfloor \mathbb{A}\quad \mathbb{B}\quad \mathbb{C} \rfloor_r \begin{bmatrix} \{\mathbb{U}\}_{r-1} \\ \{\mathbb{U}\}_{r} \\ \{\mathbb{U}\}_{r+1} \end{bmatrix} + \{\mathbb{P}\}_r = 0,$$

と置きかえ、下端部、及び、上端部を考慮して Assembling すると、

$$
\begin{bmatrix} \mathbb{B}_1 & \mathbb{C}_1 & & & \\ \mathbb{A}_2 & \mathbb{B}_2 & \mathbb{C}_2 & & \\ & \mathbb{A}_3 & \mathbb{B}_3 & \mathbb{C}_3 & \\ & & \cdots & \cdots & \cdots \\ & & & \mathbb{A}_n & \mathbb{B}_n \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \{\overline{v}\}_1 \\ \{\overline{v}\}_2 \\ \{\overline{v}\}_3 \\ \cdots \\ \{\overline{v}\}_n \end{bmatrix}
+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cdots \\ \mathbb{C}_n \end{bmatrix} \{\overline{v}\}_{n+1}
+ \begin{bmatrix} \{\mathbb{P}\}_1 \\ \{\mathbb{P}\}_2 \\ \{\mathbb{P}\}_3 \\ \cdots \\ \{\mathbb{P}\}_n \end{bmatrix} = 0. \qquad (5)
$$

連続梁において力量 $\overline{\mathbb{V}} = \begin{bmatrix} F \\ S \\ M \end{bmatrix}$ と変形量 $\overline{v} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ \theta \end{bmatrix}$ で表わすと

$$
\begin{bmatrix} \mathbb{V}(0) \\ \mathbb{V}(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \alpha' & \beta' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(0) \\ v(1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma \\ \gamma' \end{bmatrix} \mathbb{K}, \qquad (6)
$$

となる。ここで、トラス組橋脚の$[n+1,1]$, $[n+1,2]$における変形量$\{\overline{v}\}_{n+1}$に、下部変形量をとりこみ、$[r]$, $[r+1]$節点の力釣合を考えると

$$
\lfloor \mathbb{A}'_r \ \mathbb{B}'_r \ \mathbb{C}'_r \rfloor \begin{bmatrix} \overline{v}_{r-1} \\ \overline{v}_r \\ \overline{v}_{r+1} \end{bmatrix} + \mathbb{P}_r = 0 \quad , \quad \lfloor \mathbb{A}'_{r+1} \ \mathbb{B}'_{r+1} \ \mathbb{C}'_{r+1} \rfloor \begin{bmatrix} \overline{v}_r \\ \overline{v}_{r+1} \\ \overline{v}_{r+2} \end{bmatrix} + \mathbb{P}_{r+1} = 0, \qquad (7)
$$

となる。ここで両端の支持条件を考慮に入れ *Assembling* すると、

$$
\begin{bmatrix} \mathbb{B}'_1 & \mathbb{C}'_1 & & & \\ \mathbb{A}'_2 & \mathbb{B}'_2 & \mathbb{C}'_2 & & \\ & \mathbb{A}'_3 & \mathbb{B}'_3 & \mathbb{C}'_3 & \\ & & \cdots & \cdots & \cdots \\ & & & \mathbb{A}'_{n+1} & \mathbb{B}'_{n+1} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \overline{v}_1 \\ \overline{v}_2 \\ \overline{v}_3 \\ \cdots \\ \overline{v}_{n+1} \end{bmatrix}
+ \begin{bmatrix} \mathbb{P}'_1 \\ \mathbb{P}'_2 \\ \mathbb{P}'_3 \\ \cdots \\ \mathbb{P}_{n+1} \end{bmatrix} = 0. \qquad (8)
$$

となり、これが最終方程式である。

3 あとがき

本解法によると、トラス組橋脚はその節点数によらず、大きなインバースが不要となり、最大が2-by-2サイズのインバースにより、コンピューター解析ができ、連続梁は、橋台数によらず、最大が3-by-3サイズのインバースにより、コンピューター解析が可能となる。加えて誤差集積はほとんどなく、*single precision* でも充分な精度が期待できる。

参考文献

1) 阿久沢和明, 浜野浩幹, 夏目正太郎, 谷本勉之助 「漸化変形法による任意トラスの解析」 土木学会25回年次学術講演会概要集

2) 的場興司, 浜野浩幹, 夏目正太郎, 谷本勉之助 「漸化変形法によるドームトラスの解析」 土木学会25回年次学術講演会概要集

3) 土屋克彦, 夏目正太郎, 谷本勉之助 「補剛トラスを有する煙突の解析」 土木学会25回年次学術講演会概要集