I-133 演算子法による一般格子の解析

信州大学 学生員 ○鈴木一平 寺井幸吉
〃 正員 石川清志 夏目正太郎
〃 〃 谷本勉之助

1．まえがき

大接点数の大型格子は、次元数の高い連立方程式となる。この方程式を解くこと自体困難なものと思われる。また仮に解析できたとしても、はたして正しい解であるかどうか疑わしい。我々は、演算子法によって漸化式の三軸マトリクスに導き、容易に処理することができる。

構造体系の形状が任意でよく、構成する部材が曲線部材でもよく、作用する荷重状態については強度、種類、作用位置などは任意でよい。連続の構造体系の解析も、演算過程の一部の処理ででき、支点位置がどの接点にあっても同様である。

剛性マトリクスを形成する要素は、主軸 diagonal に比重の大きい数値が系統的に並ぶため、解析演算に高い精度がみられる。

2．状態ベクトル

格子構造における状態ベクトルは、次のように、一般変位 $\mathbb{U}(\rho)$ と一般力 $\mathbb{V}(\rho)$ とに表わすことができる：

$$\mathbb{U}(\rho)=\{\ \phi \quad w \quad \theta\ \}_\rho , \qquad \mathbb{V}(\rho)=\{\ T \quad S \quad M\ \}_\rho . \tag{1}$$

ここにおいて、ϕはねじれ角、wはたわみ量、θはたわみ角であり、Tはねじりモーメント、Sはせん断力、Mは曲げモーメントである。

そして、任意形状の部材は有限要素部材がある傾きをもつため、有限要素手法により、global 座標に project する必要がある。一般変位および一般力を射影子をもって変換する。

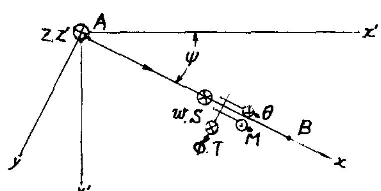


図1. 状態ベクトル

3．基礎式

構造物を構成している単位構(Topological Unit)は、曲げたわみ、およびねじり挙動を含む

$$\frac{dw}{dx}=-\frac{M}{EI}, \qquad \frac{d\phi}{dx}=\frac{T}{GJ}, \tag{2}$$

より進める。ここに、E：弾性係数、I：断面二次モーメント、GJ：ねじり剛性.

単位構を構成する部材の物理挙動は式(2)を系統的に組み立てて、曲げおよびねじりを含む3次の方程式とする。すなわち

$$\mathbb{U}(\rho)=\mathbb{P}(\rho)[\ \mathbb{X}+\langle \mathbb{K}(\rho)\rangle], \quad \mathbb{V}(\rho)=\mathbb{Q}(\rho)[\ \mathbb{X}+\langle \mathbb{K}(\rho)\rangle]. \tag{3}$$

となり、次式のように部材端力を、部材端変位で表示した本解析の基礎式が得られる：

$$\begin{bmatrix}\mathbb{V}\\ \mathbb{V}'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\lambda & \mu\\ \lambda' & \mu'\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbb{U}\\ \mathbb{U}'\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\nu\\ \nu'\end{bmatrix}\mathbb{K}. \tag{4}$$

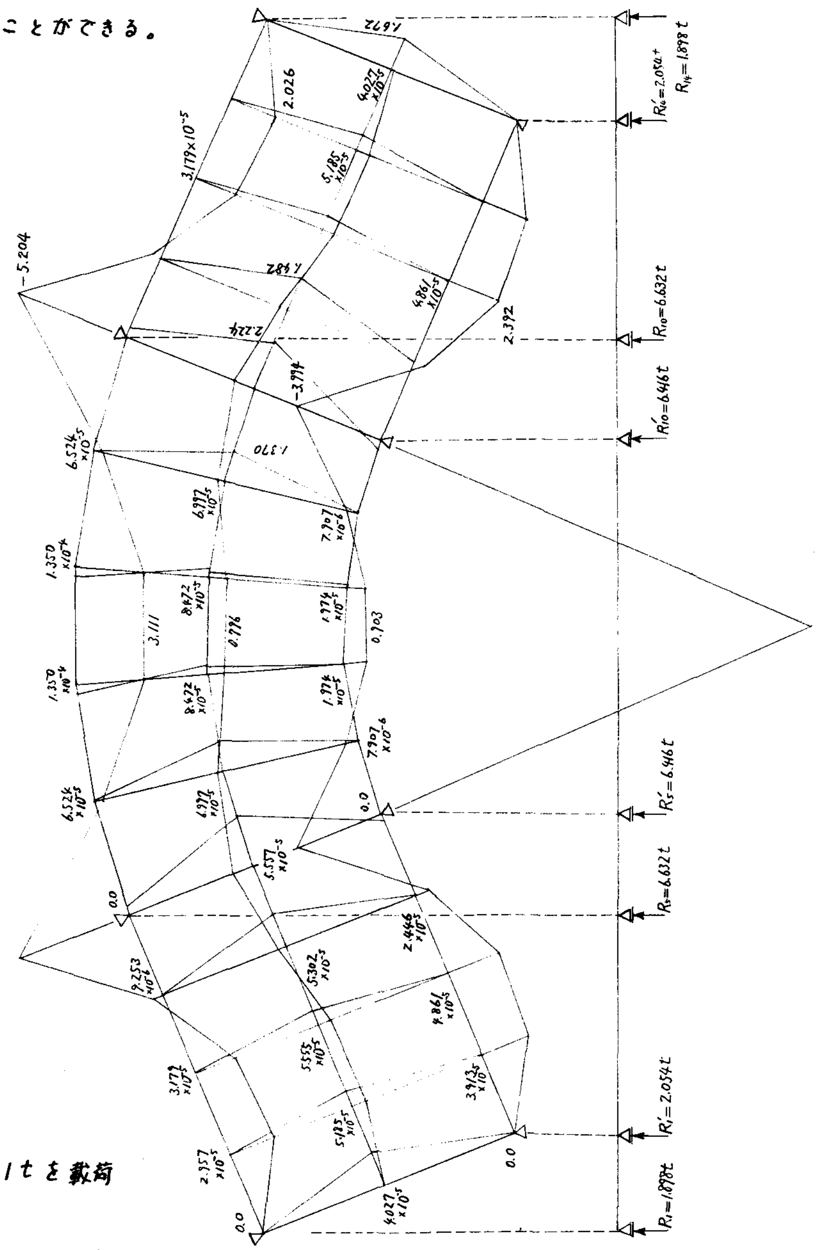
4．最終方程式

構造物は一般にトポロジカルな単位構の組み合せと考え、接点において変位適合性と力平衡性を系統的に整理すると、次の最終方程式が得られる：

$$\begin{bmatrix} \mathbb{B}_1 & \mathbb{C}_1 & & & \\ \mathbb{A}_2 & \mathbb{B}_2 & \mathbb{C}_2 & & \\ & \mathbb{A}_3 & \mathbb{B}_3 & \mathbb{C}_3 & \\ & & -- & -- & -- \\ & & & \mathbb{A}_n & \mathbb{B}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbb{U}_1 \\ \mathbb{U}_2 \\ \mathbb{U}_3 \\ -- \\ \mathbb{U}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbb{P}_1 \\ \mathbb{P}_2 \\ \mathbb{P}_3 \\ -- \\ \mathbb{P}_n \end{bmatrix} = 0. \qquad (5)$$

式(5)を処理する際には、漸化的に処理することができ、変形量が得られれば、式(4)を用いることにより力量も容易に得ることができる。

5．計算例



$E = 2.1 \times 10^7\ t/m^2$

$G = 1.2 \times 10^5\ t/m^2$

Stringer

$I = 0.008\ m^4$

$J = 0.002\ m^4$

cross beam

$I = 0.004\ m^4$

$J = 0.001\ m^4$

荷重状態：　各接点に 1 t を載荷