## I-130 演算子法の概説

信州大学 正員 ○谷本勉之助, 夏目正太郎, 石川清志

演算子法は２大別せられる：

1．固有マトリクス法（Operational Eigen Matrix Method）

2．漸化変形法（Operational Displacement Method）

いずれも漸化方式によるから，大型の連立方程式を要しない．

固有マトリクス法は，連続梁の静力学釣合い，その曲げ振動，連続長柱等１次元系の解析に用いて，とくに便利である．また変断面梁，アーチ，曲り梁等に対しては，漸化式による有限要法を用いて簡単に精度よく答が得られる（系全体に通用する微分方程式を用いる古来の方法は，コンピュータ時代には適さない）．また弾性床上の変断面の梁，中心対称の半径方向変断面の円板，中心対称の円塔殻等にも，固有マトリクス法を用いて便利である．

静力学系では，漸化式は

$$\mathbb{N}_r = \mathbb{L}_r(\mathbb{N} + \mathbb{K})_{r-1} \tag{1}$$

の形をとる．ここに $\mathbb{K}_{r-1}$ は任意の与えられた荷重状態に対応して求められる．

同種の漸化法に，遷移マトリクス法（Transfer Matrix Method）が在るが，固有マトリクス法の方がはるかにやさしく，又特くに求められるならば，そのわずかな変形により遷移マトリクスを得ることもできる．

遷移マトリクス法の欠点は，誤差集積が激しく，複雑な系には使えないことである．その上，影響載荷に対しては，その都度始めからコンピュータを通さねばならないので，演算時間の節約にもならない．解析式の面の上だけで漸化式になっていても，実用価値は少いと判定すべきものである．

固有マトリクス法の重要な応用として，固有函数法がある．これは面内応力や板の曲げに用いて，近年とくに注目を浴びている強力な解析法であるが，公表せられている論文が凡そ普通代数を用いて，その上実虚部を分けて解析計算を行うため，先伸びがしていないのが現状のようである．これを複素量のままで，マトリクス解析すると，飛躍的に理論展開することが出来て，我々の研究室は未公表の多くの成果を得ている．なお，固有函数をフーリェ展開すると，収束が悪くて解析が困難になることが起るが，ノイマン展開を使うと収束がよくなる．

漸化変形法においては，節点変位を未知量にとり，解くべき系は

$$[\mathbb{S}]\{\mathbb{W}\} + \{\mathbb{P}\} = 0. \tag{2}$$

ここに，全剛性マトリクス $[\mathbb{S}]$ は常に三軸形になる．すなわち，このマトリクスは主対角要素と，これに沿って上下の副対角要素から成り，Tridiagonal Matrix と言われている．

その形状は

$$[S]=[A \quad B \quad C]_1^n=\begin{bmatrix} B_1 & C_1 & & \\ A_2 & B_2 & C_2 & \\ & & \text{-- -- --} & \\ & & A_n & B_n \end{bmatrix}. \tag{3}$$

式(3)は漸化方式で解くことができ，そのさい $B$ の大きさの逆マトリクスは通常覚悟してかかる．[S]の構成と掃出操作とに，綿密な注意を払うと，式(2)は幾ら多元になっても，7桁演算で主位4～5桁に誤差が及ばない．

骨組系の振動，挫屈も同様に扱うことができる．このときには，固有値 $\omega$ を求める方程式は

$$det\,[S(\omega)]=0. \tag{4}$$

2次元および3次元の多層弾性体系のブーシネスク問題等にも演算子法を用いると便利であって，幾つもの解析解を求めている．

平面内の応力や板の曲げ等について，有限要素法が提案せられているが，演算子法では全剛性マトリクスが3軸形になるから，大型逆マトリクスで苦労する必要がない．なお目下高精度を期待して，"平均値有限要素法"を発展中である．これは有限要素たちの合せ目で条件を考える代りに，辺と辺との合せ目で平均値で条件をとる方法である．

吊橋などの非線型の系についても，演算子法を用いている．全剛性マトリクスの中に未知量が含まれるから，漸化と逐次とを交互に使って収束解を得ることになる．なお非線型の未知量は，テーラー展開において，精度の上から必要な項まで取り込む用意がなされている．関門，本四連絡橋のように，数千元から数万元になっても，式(2)の $B$ の大きさは30×30程度であるから，漸化方式によって，骨組の在るがままの姿の電算機解を得ることができる．本来立体構造物であるものを，平面系に直したり，補剛トラスを桁に置き変えたりすると，どこでどんな誤りを持ち込んでいるかわからない．吾人は"構造力学"を排除して，"構造代数学"を強く提唱する．

建設技術研究所，日本構造橋梁研究所，福山コンサルタントの支持と助言とを得て，曲線上路トラス橋を完成し，リブアーチ橋，連続ワーレントラス橋を作業中である．いずれも在るがままの姿で立体解析を行う．

最後に，演算子法の重要な特長は，

(1) 大型逆マトリスを相手にせず，したがって不自然な分割は行わない．

(2) 誤差集積がないことである．よって，常に7桁演算で十分である．

ただし，解析式とプログラムとにおいて，綿密な注意技巧が随所に，幾つも用いてあることを付言しておく．